

۱- گزینه «۲» - با فرض $DC = x$ و $AC = y$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow BD = rDC$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$9 = 3y^2 - rx^2 \Rightarrow y^2 - x^2 = 3 \quad (1)$$

$$\text{قانون کسینوس ها: } (4x)^2 = y^2 + (3y)^2 - 2(y)(3y) \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 16x^2 = 10y^2 - 3y^2 \Rightarrow 16x^2 = 7y^2 \Rightarrow \frac{16}{7}x^2 - x^2 = 3$$

$$\frac{9}{7}x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{7}{3}}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل سوم - نیمساز داخلی و قضیه کسینوس) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - مساحت دو مثلث سایه زده شده با هم برابرند.

$$OA^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow OA = 2\sqrt{5}$$

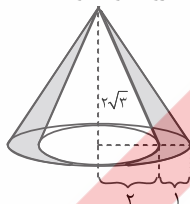
$$S_{OAD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$S_{OAD} + S_{OBC} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - نسبت مساحت) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

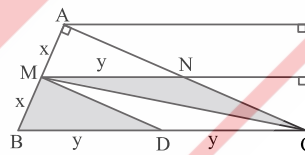
$$DA = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$$

شکل حاصل از دوران سطح هاشور خورده حول AD تقاض دو مخروط خواهد بود.

$$V_2 - V_1 = \frac{\pi}{3} (r)^2 (2\sqrt{3}) - \frac{\pi}{3} (r')^2 (2\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3} (2\sqrt{3}) (2\sqrt{3} - 4) = \frac{4\pi}{3} \sqrt{3}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل چهارم - دوران) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

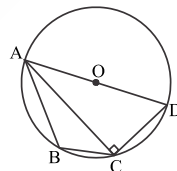


$$\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{BD+y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{BD} = 1 \Rightarrow BD = y$$

$$\frac{S_{MNC}}{S_{MBD}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times y}{\frac{1}{2} \times h \times y} = 1$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل دوم - تالی) (آسان)

۵- گزینه «۱» -



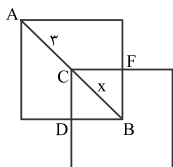
$$AD = 2r, CD = r \Rightarrow D = 60^\circ$$

چون ABCD یک چهار ضلعی محاطی است پس دو زاویه B و D مکمل اند.

$$\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 120^\circ$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - چند ضلعی محاطی) (آسان)

۶- گزینه «۱» -

با توجه به اطلاعات مسئله ناحیه مشترک یک مربع به قطر X فرض می شود.

$$AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow x = 4\sqrt{2} - 3$$

$$S_{CFBD} = \frac{1}{2} (4\sqrt{2} - 3)^2 = \frac{1}{2} (32 + 9 - 24\sqrt{2}) = \frac{1}{2} (41 - 24\sqrt{2})$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل دوم - انتقال) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -

$$P = \frac{x+x+1+2x-1}{2} = 2x$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$\sqrt{\lambda} = \sqrt{2x(2x-x)(2x-2x+1)(2x-x-1)} \Rightarrow \sqrt{\lambda} = \sqrt{2x^2(x-1)} \Rightarrow x = 2$$

$$S = \frac{ch}{2} \Rightarrow h = \sqrt{\lambda}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل چهارم - قضیه هرون) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$A(2I+A) = I \Rightarrow 2A + A^2 = I \Rightarrow A^2 = I - 2A$$

$$A^2 = A \times A^2 = A(I - 2A) = A - 2A^2 = A - 2(I - 2A) = \Delta A - 2I$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل اول - ماتریس) (آسان)

۹- گزینه «۲» -

$$AF \times AF' = 20 \Rightarrow (a-c)(a+c) = 20 \Rightarrow a^2 - c^2 = 20$$

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 = 4c^2$$

$$4c^2 - c^2 = 20 \Rightarrow 3c^2 = 20 \Rightarrow c^2 = \frac{20}{3} = \frac{4 \times 5}{3}$$

$$\Rightarrow c = \frac{2}{3} \sqrt{15} \Rightarrow 2c = \frac{4}{3} \sqrt{15}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - بیضی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$y^2 + 4y + 4 = -\lambda x - 16 \Rightarrow (y+2)^2 = -\lambda(x+2)$$

رابطه سهمی $S(-2, -2)$ است. خط هادی آن را حساب می کنیم:

$$x = -2 + 2 = 0$$

مرکز دایره $O(-\frac{a}{2}, a)$ با محور y ها را برابر 2 قرار می دهیم.

$$|-\frac{a}{2}| = 2 \Rightarrow a = \pm 4$$

مجموع مقادیر ممکن برای a برابر صفر است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - سهمی) (آسان)

۱۱- گزینه «۱» -

$$(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 - a \cdot b - 2|\vec{b}|^2 = 0 \Rightarrow \frac{a^2}{4} - a \cdot b = 2 \Rightarrow a \cdot b = 1$$

$$|\vec{a}'| = \frac{a \cdot b}{|\vec{b}|} = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - بردار) (آسان)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\vec{b} \times \vec{c} - \vec{b} \times \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \times (\vec{c} - \vec{a}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{c} - \vec{a} \Rightarrow \frac{3}{m+2} = \frac{m}{1} = \frac{n}{m+2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m(m+2) = 3 \xrightarrow{m > 0} m = 1 \\ \frac{3}{m+2} = \frac{n}{m+2} \Rightarrow n = 3 \end{cases} \Rightarrow m+n = 4$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - بردار) (متوسط)