

ریاضیات گسسته

۱- چندتا از گزاره‌های زیر به روش اثبات با در نظر گرفتن همه حالات حل می‌شود؟

(الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۶ است.

(ب) اگر K حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $4k + 1$ مربع کامل است.

(ج) برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- اگر $A = \frac{x^2(x+1)^2}{16}$ نباشد، به ازای چند مقدار x از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ ، عدد A یک عدد زوج است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳- اگر α و β دو عدد گنگ ولی $6\alpha - 9\beta$ گویا باشد، عدد $4\alpha - 6\beta$ و عدد $2\alpha + 2\beta$ است.

(۱) گنگ - گنگ (۲) گنگ - گویا (۳) گویا - گویا (۴) گویا - گنگ

۴- گزاره « $a + b$ زوج است» با کدام گزاره هم‌ارز است؟

(۱) $a \cdot b$ زوج است. (۲) $2a - b$ زوج است. (۳) $4a + b$ زوج است. (۴) $5a + 3b$ زوج است.

۵- کدام عدد کلیت حکم «به ازای هر عدد طبیعی n ، $4^n + 1$ یک عدد اول است» را نقض می‌کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

۶- برای گزاره «اگر برای هر سه مجموعه A و B و C داشته باشیم $A \cup C = A \cup B$ ، آن گاه $B = C$ » از استفاده می‌کنیم.

(۱) اثبات - به روش اثبات به کمک همه حالات (۲) اثبات - استدلال استنتاجی

(۳) رد - مثال نقض (۴) رد - برهان خلف

۷- اگر a و b دو عدد حقیقی و داشته باشیم $a^2 + b^2 = (a + b)^2$ ، چه تعداد از عبارت‌های « $5ab$ »، « $3a - 7b$ » و « $a^2b + 3ab^2$ » همواره صفر است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۸- اگر x و y دو عدد صحیح باشند به طوری که $xy = 293^{892}$ باشد، آنگاه $x^{530!} + y^{832!}$ چگونه است؟

(۱) اول (۲) گاهی فرد و گاهی زوج (۳) زوج (۴) فرد

۹- در اثبات « $2xy - 4x \geq x^2 + 2y^2 + 8$ به روش گزاره‌های هم‌ارز به گزاره همیشه درست $A + (x - 2y)^2 \geq 0$ رسیدیم. حاصل A به ازای $x = 5$ کدام است؟

(۱) ۸۱ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۱ (۴) ۱۴۴

۱۰- اگر a و b دو عدد مثبت باشند، بیشترین مقدار عبارت $\frac{yab}{a^2 + b^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{y}{2}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) ۵