

آمار و احتمال

۱- گزینه «۱» - طبق هم ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv p \vee q$ داریم:

$$(\sim q \wedge p) \Rightarrow p \equiv (\sim q \wedge p) \vee p$$

حال طبق قانون دمورگان به صورت $\sim(p \wedge q) \equiv p \vee \sim q$ داریم:

$$\sim(\sim q \wedge p) \vee p \equiv (q \vee \sim p) \vee p \equiv q \vee \sim p \vee p \equiv q \vee T \equiv T$$

(T به معنای درست است.)

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - گزاره‌ها) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - روش اول با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها:

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim(p \Leftrightarrow q)$	$\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p$	$\sim q$	$\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	ن	د	د

پس گزاره داده شده همواره درست است.

روش دوم) حالات مختلف برای p و q در نظر می‌گیریم:

حالت اول:

$$p \equiv T, q \equiv T$$

$$\equiv (\sim(\underbrace{T \Leftrightarrow T}_T) \wedge T) \Rightarrow F$$

$$\equiv \sim(T \wedge T) \Rightarrow F$$

$$\equiv \sim T \Rightarrow F$$

$$\equiv F \Rightarrow F \equiv T$$

حالت دوم: در این حالت چون $q \sim$ (تالی) درست است پس ارزش گزاره شرطی درست است.

$$p \equiv T, q \equiv F$$

حالت سوم:

$$p \equiv F, q \equiv T$$

$$(\sim(\underbrace{F \Leftrightarrow T}_F) \wedge F) \Rightarrow F$$

$$\equiv F \Rightarrow F$$

$$\equiv T$$

حالت چهارم: مانند حالت ۲ چون $q \sim$ (تالی) درست است ارزش گزاره شرطی درست است.

$$p \equiv F, q \equiv F$$

(سراسری ۱۴۰۰) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - گزاره‌ها) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - گزاره شرطی $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim r$ نادرست است. این به معنی آن است که

مقدم $(\sim p \wedge q)$ درست و تالی $(\sim r)$ نادرست بوده است. ضمناً از آن جا که ترکیب

عطفی $p \wedge q \sim$ درست بوده است نتیجه می‌گیریم گزاره‌های $p \sim$ و q هر دو درست هستند پس تا اینجا فهمیدیم که:

$$p \equiv F \quad q \equiv T \quad r \equiv T$$

(T به معنای درست و F به معنای نادرست است.)

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \equiv (p \Leftrightarrow q) \equiv (F \Leftrightarrow T) \equiv F$$

$$(\sim(p \Rightarrow q) \wedge r \equiv \underbrace{(F \Rightarrow T)}_T) \wedge T \equiv (T) \wedge T \equiv F \wedge T \equiv F$$

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - گزاره‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

p	q	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q \Leftrightarrow p$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	ن

در ستون آخر جدول ارزشی گزاره داده شده، ۱ درست و ۳ نادرست وجود دارد.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - گزاره‌ها) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست است زیرا اگر به جای x زاویه 90° را قرار دهیم گزاره‌ای نادرست به دست می‌آید.

گزینه «۲»: نادرست است زیرا به ازاء $x = 2$ گزاره‌نما به یک گزاره نادرست تبدیل می‌شود.

یعنی مثال نقض دارد.

گزینه «۴»: نادرست است زیرا مثال نقض دارد، مثلاً اگر به جای x عدد $\frac{1}{4}$ (یا هر عدد بین

صفر و یک) را قرار دهیم، توان دومش از خودش کوچک‌تر می‌شود:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \not\geq \frac{1}{4}$$

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - آشنایی با منطق ریاضی - سورها) (آسان)

۶- گزینه «۴» -

(الف)

$$\sim(\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2) \equiv \exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \not\leq -2$$

$$\equiv \exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} > -2$$

(ب)

$$\equiv \sim(\forall x \in \mathbb{R} : ((x^3 > x) \wedge (x^2 > 0))) \equiv \exists x \in \mathbb{R} : \sim((x^3 > x) \wedge (x^2 > 0))$$

$$\stackrel{\text{دمورگان}}{\equiv} \exists x \in \mathbb{R} : (\sim(x^3 > x) \vee \sim(x^2 > 0))$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} : ((x^3 \not> x) \vee (x^2 \not> 0))$$

$$\equiv \exists x \in \mathbb{R} : ((x^3 \leq x) \vee (x^2 \leq 0))$$

پس نقیض هر دو گزاره سوری درست نوشته شده است.

(کتاب درسی با تغییر) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - آشنایی با منطق ریاضی - نقیض گزاره‌های سوری) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $a \notin A$ نادرست است. زیرا: a یکی از اعضای مجموعه A است. ($a \in A$)

گزینه «۲»: $\{a\} \subseteq A$ درست است. زیرا: a یکی از اعضای A است و در نتیجه $\{a\}$ زیرمجموعه A است.

گزینه «۳»: $\{a, \{b\}\} \subseteq A$ نادرست است زیرا: A دارای عضو $\{b\}$ نیست.

گزینه «۴»: $\{a, b\} \subseteq A$ درست است. زیرا: a و b عضوهایی از A هستند.

(کتاب همگام علوی) (فصل اول - درس دوم - آشنایی با مبانی ریاضیات - جبر مجموعه‌ها) (آسان)

۸- گزینه «۳» - واضح است که در گزینه «۳» عدد $x = 0$ مثال نقض است.

(یگانه) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - آشنایی با منطق ریاضی - سورها) (آسان)

۹- گزینه «۱» - باید دنبال گزینه‌ای باشیم که به ازای هر مقدار دلخواه و طبیعی x ، مقداری

طبیعی برای y یافت شود. در رابطه $y - x = 6$ که همان $y = x + 6$ است. به ازای هر

مقدار طبیعی x مقداری طبیعی برای y وجود دارد.

در گزینه «۲» به ازای $x = 1$ عدد طبیعی برای y به دست نمی‌آید.

در گزینه «۳» به ازای $x = 7$ عدد طبیعی برای y به دست نمی‌آید.

در گزینه «۴» به ازای $x = 5$ عدد طبیعی برای y به دست نمی‌آید.

(سرآوری ۹۸) (فصل اول - درس اول - آشنایی با مبانی ریاضیات - آشنایی با منطق ریاضی - سورها) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» - تعداد اعضای مجموعه A را n فرض می‌کنیم؛ تعداد زیرمجموعه‌های آن 2^n

است و اگر ۲ عضو از عضوهای آن را حذف کنیم؛ یک مجموعه 2^{n-2} عضوی به دست

می‌آید که دارای 2^{n-2} زیرمجموعه است و داریم:

$$2^{n-2} = 2^n - 384 \Rightarrow 2^n - 2^{n-2} = 384$$

$$\Rightarrow 2^n - \frac{2^n}{4} = 384 \Rightarrow 2^n - \frac{1}{4}(2^n) = 384$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \times 2^n = 384 \Rightarrow 2^n = 384 \times \frac{4}{3} \Rightarrow 2^n = 512 \Rightarrow n = 9$$

پس مجموعه A دارای ۹ عضو و $2^9 = 512$ زیرمجموعه است.

(یگانه) (فصل اول - درس دوم - آشنایی با مبانی ریاضیات - مجموعه - زیرمجموعه - تعداد زیرمجموعه‌های یک

مجموعه) (دشوار)