

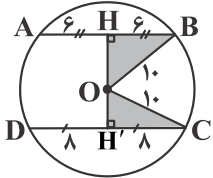
۱- گزینه «۳» -

$$L_{90^\circ} \text{ کمان} = L_{45^\circ} \text{ کمان} \Rightarrow \frac{90}{360} \times 2\pi R = \frac{45}{360} \times 2\pi R' \Rightarrow R' = 2R$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{\pi R'^2}{\pi R^2} = \frac{(2R)^2}{R^2} = 4$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - طول کمان) (آسان)

۲- گزینه «۲» - از مرکز دایره به وترهای AB و CD عمودهایی رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر وتر آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:



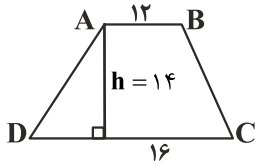
$$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$OH' \perp DC \Rightarrow DH' = H'C = \frac{DC}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\triangle OBH: OH^2 + BH^2 = OB^2 \Rightarrow OH^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow OH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow OH = 8$$

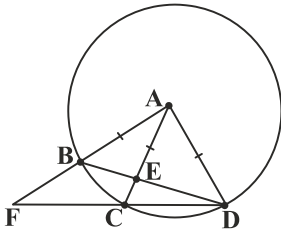
$$\triangle OCH': OH'^2 + CH'^2 = OC^2 \Rightarrow OH'^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow OH'^2 = 100 - 64 = 36 \Rightarrow OH' = 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 14 \times (12 + 16) = 196$$



(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ویژگی قطر عمود بر وتر) (دشوار)

۳- گزینه «۲» - چون $AB = AC = AD$ ، مطابق شکل دایره‌ای به مرکز A با شعاع AB رسم می‌کنیم. داریم:

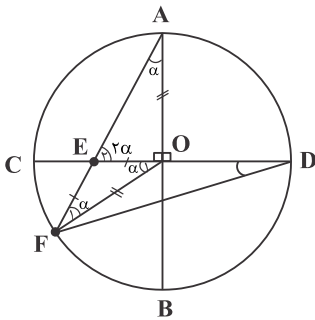


$$\text{مرکزی } \widehat{BAC} = \widehat{BC} = 50^\circ$$

$$\text{محاطی } \widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه مرکزی و زاویه محاطی) (متوسط)

۴- گزینه «۱» -



$$OE = EF \Rightarrow O_1 = F_1 = \alpha$$

$$\triangle EOF: \hat{E}_\gamma \text{ خارجی} = \hat{O}_1 + \hat{F}_1 = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

$$OF = OA = R \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{A} = \alpha$$

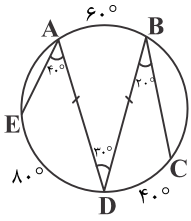
$$\triangle AOE: \hat{A} + \hat{E}_\gamma = 90^\circ \Rightarrow \alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow 3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\text{مرکزی } \hat{O}_1 = \widehat{CF} \Rightarrow \widehat{CF} = 30^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{D} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه مرکزی و محاطی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -



$$2\hat{A} = 6\hat{B} = 4\hat{D} = 120^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 20^\circ, \hat{D} = 30^\circ$$

$$\text{محابی } \hat{A} = \frac{\widehat{DE}}{2} \Rightarrow 60^\circ = \frac{\widehat{DE}}{2} \Rightarrow \widehat{DE} = 120^\circ$$

$$\text{محابی } \hat{B} = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow 20^\circ = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow \widehat{CD} = 40^\circ$$

$$\text{محابی } \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow 30^\circ = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ$$

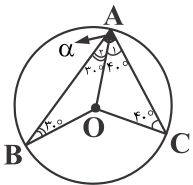
$$\left. \begin{aligned} \widehat{AE} + 120^\circ + 40^\circ + \widehat{BC} + 60^\circ &= 360^\circ && \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AE} = 180^\circ \\ AD = BD \Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{BCD} &\Rightarrow \widehat{AE} + 120^\circ = \widehat{BC} + 40^\circ && \Rightarrow \widehat{BC} - \widehat{AE} = 40^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\widehat{BC} = 220^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 110^\circ$$

(علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - زاویه محاطی) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$3x^2 - 7Rx + 4R^2 = 0 \Rightarrow (x-R)(3x-4R) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-R=0 \Rightarrow x=R \\ 3x-4R=0 \Rightarrow 3x=4R \Rightarrow x=\frac{4}{3}R > R \end{cases}$$

یکی از خطوط مماس بر دایره و دیگری خارج دایره است. (علوی) (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - اوضاع نسبی خط و دایره) (متوسط)



۷- گزینه «۱» - شعاع گذرنده از A را رسم می‌کنیم. داریم:

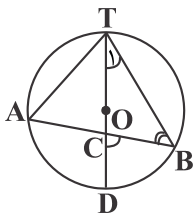
$$OA = OC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 40^\circ$$

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} = 30^\circ$$

$$\alpha = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$$

(کتاب همراه علوی) (زاویه مرکزی) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -



$$\text{محابی } \hat{B} = \frac{\widehat{AT}}{2} \Rightarrow \widehat{AT} = 2\hat{B} = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

$$\text{محابی } \hat{A} = \frac{\widehat{BT}}{2} \Rightarrow \widehat{BT} = 2\hat{A} = 2 \times 65^\circ = 130^\circ$$

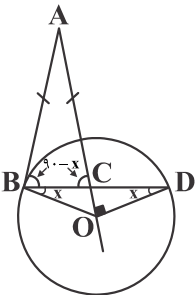
$$\widehat{TBD} = \widehat{BT} + \widehat{BD} = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \widehat{BD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 50^\circ$$

$$\text{محابی } \hat{T}_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

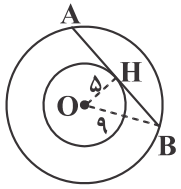
$$\hat{C} = \hat{B} + \hat{T}_1 = 35^\circ + 25^\circ = 60^\circ$$

(کتاب همراه علوی) (زاویه محاطی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - شعاع OB بر ضلع AB عمود است، از طرفی مثلث OBD متساوی الساقین می‌باشد (OB = OD)، پس اگر $\hat{ODB} = \hat{OBD} = x$ ، در نتیجه $\hat{OCD} = 90^\circ - x$ ، بنابراین مثلث OCD قائم‌الزاویه است و $\hat{COD} = 90^\circ$. آن‌گاه $\hat{CBA} = \hat{BCA} = 90^\circ - x$



(سراسری - ۹۴) (ویژگی خط مماس بر دایره) (دشوار)



۱۰- گزینه «۲» - با توجه به شکل $AB = 2BH$ است:

$$BH = \sqrt{9^2 - 5^2} = \sqrt{81 - 25} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

در نتیجه:

$$AB = 4\sqrt{14}$$

(سراسری - ۹۴) (ویژگی قطر عمود بر وتر) (آسان)