

ریاضیات گسسته

۱- کدام یک از ترکیب‌های ۲ شرطی زیر درست است؟

$$(n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{Z} - \{0\}) \quad a \mid b \Leftrightarrow a \mid b^n \quad (۱)$$

$$(a, b \in \mathbb{R}) \quad a = b \Leftrightarrow a^{\sqrt{2}} = b^{\sqrt{2}} \quad (۲)$$

$$(a, b \in \mathbb{R}) \quad a < b \Leftrightarrow a^{\sqrt{2}} < b^{\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$(a, b \in \mathbb{R} - \{0\}) \quad a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \quad (۴)$$

۲- اگر a, b, c عدد حقیقی باشند در اثبات درستی گزاره $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab - ac - bc$ به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

$$(a+b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(a+b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(a-b)^2 + (a+c)^2 + (b+c)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

$$(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

۳- روی منحنی $3x - xy - 2y + 4 = 0$ چند نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴) \quad \text{صفر}$$

۴- اگر $n \in \mathbb{Z}$ از رابطه $3 \mid n+2$ نتیجه گرفته‌ایم $9 \mid n^2 + n + k$ در این صورت کدام مقدار زیر را داراست؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$۲ \quad (۱) \quad -۲ \quad (۲) \quad ۴ \quad (۳) \quad -۴ \quad (۴)$$

۵- اگر a و b اعداد صحیح غیر صفر باشند از رابطه $a^2 \mid b^2$ کدام یک از نتایج زیر ممکن است حاصل نشود؟

$$a^4 \mid b^5 \quad (۱) \quad a \mid b \quad (۲) \quad a^2 \mid b \quad (۳) \quad a \mid b^2 \quad (۴)$$

۶- چند عدد اول به صورت m وجود دارد که هر دو عدد $3n^2 - 2n + 6$ و $2n - 4$ را بشمارد؟ ($n \in \mathbb{Z}$)

$$۱ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۳ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۴)$$

۷- اگر دو عدد به صورت‌های $5n+2$ و $3n+a$ به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ نسبت به هم اول باشند مقدار طبیعی a کدام است؟

$$۱ \quad (۱) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۳ \quad (۳) \quad ۵ \quad (۴)$$

۸- اگر x و y اعداد طبیعی و P عدد اول باشد و $x^2 = P + y^2$ در این صورت حاصل $[x, y]$ برابر کدام گزینه زیر است؟

$$x^2 + 1 \quad (۱) \quad y^2 + 1 \quad (۲) \quad x^2 + x \quad (۳) \quad y^2 + y \quad (۴)$$