


۱- گزینه «۲» - جرم باکتری‌ها پس از هر دو ساعت دو برابر می‌شود، یعنی: $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$


پنج ساعت میان چهار ساعت و شش ساعت قرار دارد بنابراین جرم در ساعت پنجم برابر $2^{\frac{5}{2}}$ است. $2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.
 (الله‌دادی) (فصل سوم - درس سوم - توان‌های گویا)

۲- گزینه «۳» -

الف) طبق صفحه ۵۹ عبارت $(-32)^{\frac{1}{5}}$ تعریف نشده است.

ب) برای اعداد منفی ریشه زوج وجود ندارد.

ج) اعداد بین صفر و یک هر چه به توان کوچک‌تری برسند، بزرگ‌تر می‌شوند.

د) اعداد بزرگ‌تر از یک هر چه به توان بزرگ‌تری برسند، بزرگ‌تر می‌شوند.

و) اگر $n=2, a=1, b=3$ آن‌گاه $\sqrt{3+1} \neq \sqrt{3}+1$ بنابراین این عبارت به‌ازای هر a, b برقرار نمی‌باشد.

(الله‌دادی) (فصل سوم - دروس اول، دوم و سوم - ریشه n ام و توان)

۳- گزینه «۴» -

$$\frac{a^3 - a^2 + a}{b^3 - b^2 + b} = \frac{ab + a}{ab + b} \Rightarrow \frac{a(a^2 - a + 1)}{b(b^2 - b + 1)} = \frac{a(b+1)}{b(a+1)}$$

$$(a+1)(a^2 - a + 1) = (b+1)(b^2 - b + 1) \Rightarrow a^2 + 1 = b^2 + 1 \Rightarrow b^2 - a^2 = 0$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس چهارم - اتحادها)

۴- گزینه «۲» -

$$\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x}}{(\sqrt{x^2} - \sqrt{x^2} + 1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)} - \frac{(\sqrt{x^2} + \sqrt{x})(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\cancel{x} - \sqrt{x^2} + \cancel{\sqrt{x}} - \cancel{x} - \sqrt{x^2} - \sqrt{x^2} - \cancel{\sqrt{x}}}{x+1}$$

$$= \frac{-3\sqrt{x^2}}{x+1}$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس چهارم - اتحادها و گویا کردن مخرج‌های گنگ)

۵- گزینه «۴» -

$$\frac{x^4 + x^2 - 13x^2 - x + 12}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^4 - 12x^2 + 12 + x^2 - x}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x^2 - 12)(x^2 - 1) + x(x^2 - 1)}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + x - 12)}{x^2 - 4x + 3}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)(x+4)(x-3)}{(x-3)(x-1)} = (x+4)(x+1)$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس چهارم - اتحادها و تجزیه عبارت‌های جبری)

۶- گزینه «۴» -

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) \stackrel{\text{اتحاد مزدوج}}{=} (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 =$$

$$(\sqrt[3]{3\sqrt{2}-4})^4 + (\sqrt[3]{3\sqrt{2}+4})^4 + (\sqrt[3]{3\sqrt{2}-4} \times \sqrt[3]{3\sqrt{2}+4})^2 =$$

$$3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4 + (\sqrt[3]{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)})^2 = 6\sqrt{2} + \sqrt[3]{18-16} = 7\sqrt{2}$$

(سراسری ریاضی - ۹۵) (فصل سوم - دروس دوم و چهارم - اتحادها و توان و ریشه n ام)

۷- گزینه «۳» - چون با محور xها زاویه ۶۰ درجه می‌سازد بنابراین $m = \sqrt{3}$ است، داریم:

$$y = mx + h \Rightarrow y = \sqrt{3}x + h \text{ دارد } (2, 0) \Rightarrow 0 = 2\sqrt{3} + h \Rightarrow h = -2\sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - درس دوم - رابطه شیب خط با تانژانت زاویه)

۸- گزینه «۴» - مخرج عبارت گویا نباید برابر صفر قرار بگیرد، بنابراین در نقاطی که دارای طول $\{ -3, 0, 3 \}$ هستند مخرج عبارت گویا برابر صفر است.

$$\frac{x^2 + ax + a^2}{x+a} + \frac{x^2 - ax + a^2}{x-a} = 0 \Rightarrow \frac{(x^2 + ax + a^2)(x-a) + (x^2 - ax + a^2)(x+a)}{(x+a)(x-a)} = \frac{x^3 - a^3 + x^3 + a^3}{x^2 - a^2} = \frac{2x^3}{x^2 - a^2}$$

به‌ازای $x = 0$ که عبارت برابر صفر قرار می‌گیرد، مخرج خود این عبارت گویا نیز نباید برابر صفر باشد، به‌ازای $x = \pm 3$ داریم:

$$x^2 - a^2 = 0 \xrightarrow{x=\pm 3} 9 - a^2 = 0 \Rightarrow a^2 = 9$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس چهارم - مخرج عبارات گویا)

۹- گزینه «۴» - اتحادها به‌ازای همه مقادیر متغیر برقرارند بنابراین اگر در اتحاد $(x+1)^3$ داشته باشیم:

$$(x+1)^3 = x^3 + 1 + 3x^2 + 3x \Rightarrow (x^3 + x), (x), (x+1) + 3x^2$$

$(x+1)$, x , دو عدد متوالی‌اند و $3x^2$ یک عبارت همواره نامنفی است، بنابراین به‌ازای هر x این اتحاد برقرار است و بی‌شمار مجموعه ۴ تایی با

این شرایط داریم. (الله‌دادی) (فصل سوم - درس چهارم - اتحادها)

۱۰- گزینه «۱» -

$$(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(n+1 - \sqrt{n} \times \sqrt{n+1} + n) - (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(n+1 + \sqrt{n} \times \sqrt{n+1} + n) = \sqrt{(n+1)^3} + \sqrt{n^3} - (\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n^3}) = 2\sqrt{n^3}$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس چهارم - اتحادها)

۱۱- گزینه «۲» -

$$\begin{aligned} \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a+2\sqrt{a-1}} &= \sqrt{a-1-2\sqrt{a-1}+1} + \sqrt{a-1+2\sqrt{a-1}+1} = \\ \sqrt{(\sqrt{a-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{a-1}+1)^2} &= |\sqrt{a-1}-1| + |\sqrt{a-1}+1| = \xrightarrow{1 < a < 2} 1 - \sqrt{a-1} + 1 + \sqrt{a-1} = 2 \end{aligned}$$

(الله‌دادی) (فصل سوم - درس دوم - ریشه نام)

۱۲- گزینه «۳» -

$$\tan x - \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

حال عبارت‌های فوق را در صورت سؤال جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} \times \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} \times \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} \times \frac{\sin x \cos x}{1} = 1$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - درس سوم - رابطه بین نسبت مثلثاتی)

۱۳- گزینه «۲» -

$$\tan \theta = 2 \Rightarrow 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$A = \sin \theta + \cos \theta \Rightarrow A^2 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 1 + 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \Rightarrow A = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

(الله‌دادی) (فصل دوم - درس سوم - رابطه بین نسبت‌های مثلثاتی)

