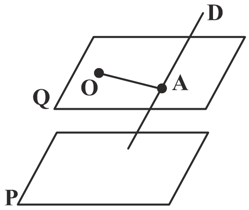
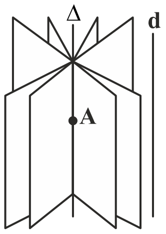
هندسه

۱- گزینه «۳» ـ از نقطه O صفحه Q را موازی صفحه P رسم می‌کنیم. چون D صفحه P را قطع می‌کند، پس این صفحه (Q) خط D را قطع می‌کند (در شکل نقطه A را محل برخورد خط D و صفحه Q فرض می‌کنیم.) دو حالت رخ می‌دهد: اگر OA بر D عمود باشد، یک جواب به‌دست می‌آید، اما اگر OA بر D عمود نباشد، مسئله جواب ندارد.



(هویدی) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ وضع خط و صفحه ـ وضع دو صفحه) (متوسط)

۲- گزینه «۲» ـ خط Δ را از نقطه A موازی d رسم می‌کنیم. از خط Δ بی‌شمار صفحه می‌توان گذراند. هریک از این صفحه‌ها یکی از صفحه‌های مطلوب هستند. (چون خط d با Δ (که خطی درون صفحه است) موازی است، پس d با آن صفحه موازی است.



(هویدی) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ وضع خط و صفحه) (آسان)

۳- گزینه «۳» ـ برای ایجاد شدن نمای بالا، حداقل باید ۷ ردیف را به‌طور کامل و عمودی حذف کنیم، پس حداقل تعداد مکعب‌هایی که باید حذف کنیم برابر است با:

۶		۳	۲	۱
		۵	۴	
۷				

$$m = ۷ \times ۴ = ۲۸$$

برای به‌دست آوردن حداکثر این‌گونه به مسئله نگاه کنید:

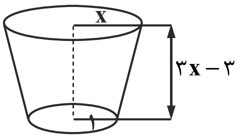
$M -$ کل مکعب‌ها $= M$ تعداد مکعب‌های موردنیاز برای نمای بالا $\Rightarrow ۳\times۵\times۴ - M = ۸ \Rightarrow M = ۵۲$

در نتیجه:

$$M + m = ۵۲ + ۲۸ = ۸۰$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ تجسم فضایی) (متوسط)

۴- گزینه «۴» ـ حجم مخروط ناقص با مساحت‌های قاعده $S_۱$ و $S_۲$ و ارتفاع h از رابطه زیر به‌دست می‌آید:



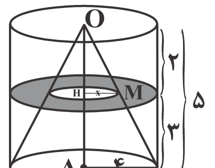
$$V = \frac{h}{۳}(S_۱ + S_۲ + \sqrt{S_۱S_۲})$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$V = \frac{۳x-۳}{۳}(\pi + \pi x^۲ + \sqrt{\pi \times \pi x^۲}) = ۲۶\pi \Rightarrow \pi(x-۱)(۱+x^۲+x) = ۲۶\pi \Rightarrow x^۳ - ۱ = ۲۶ \Rightarrow x = ۳$$

فاصله B از محور xها برابر $۳x = ۹$ است. (هویدی) (فصل چهارم ـ دوران) (دشوار)

۵- گزینه «۴» ـ سطح مقطع حاصل، قسمت رنگی در شکل زیر است. در مثلث OAB بنابر تالس:



$$\frac{HM}{AB} = \frac{OH}{OA} \Rightarrow \frac{x}{۴} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow x = \frac{۸}{۵}$$

اکنون به سادگی سطح مقطع رنگی را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{\text{رنگی}} = \pi \times (۴)^۲ - \pi(x)^۲ = ۱۶\pi - \frac{۶۴}{۲۵}\pi = \frac{۳۳۶\pi}{۲۵} = ۱۳/۴۴\pi$$

(سراسری خارج از کشور ـ ۹۶) (پایه دهم ـ فصل چهارم ـ برش ـ اشکال فضایی) (دشوار)

۶- گزینه «۲» ـ با توجه به تعریف دترمینان به‌دست می‌آید:

$$|A| = (\log ۵)^۲ - (\log ۲)^۲ = (\log ۵ - \log ۲)(\log ۵ + \log ۲) = \log\frac{۵}{۲}\log ۱۰ = \log ۲/۵$$

(سراسری خارج از کشور ـ ۹۰) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس ۲ ـ محاسبه دترمینان) (آسان)

۷- گزینه «۴» ـ می‌توان نوشت:

$$|-۲A^۲| = (-۲)^۳\,|A^۲| = -۸\times|A|^۲ = -۸\times ۵^۲ = -۲۰۰$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس ۲ ـ دترمینان ـ ویژگی‌ها) (آسان)

۸- گزینه «۱» ـ از فرض مسأله نتیجه می‌گیریم:

$$A^۲ + ۲A + I = ۳A \;\Rightarrow\; A^۲ + I = A$$

اکنون می‌توان نوشت:

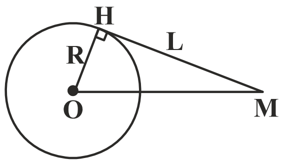
$$|A^۴ + A^۳ + A^۲| = |A^۲(A^۲ + A + I)| = |A^۲(A + A)| = |۲A^۳| = ۲^۲\,|A|^۳ = ۴\,|A|^۳$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس ۲ ـ دترمینان و ویژگی‌های آن) (متوسط)

۹- گزینه «۴» ـ دترمینان را با بسط حول ستون دوم به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بسط حول ستون دوم} = \sin ۲\alpha(\sin^۲\alpha - \cos^۲\alpha) = \sin ۲\alpha\cdot(-\cos ۲\alpha) = -\frac{۱}{۲}\sin ۴\alpha$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل اول ـ درس ۲ ـ محاسبه دترمینان) (متوسط)



۱۰- گزینه «۳» ـ M یکی از نقطه‌های مکان است. در مثلث OMH بنابر قضیه فیثاغورس:

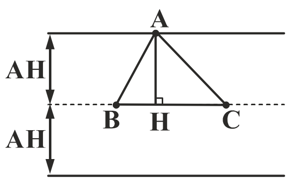
$$OM = \sqrt{R^۲ + L^۲} = \text{مقدار ثابت}$$

پس مکان هندسی موردنظر دایره‌ای است به مرکز O و شعاع $\sqrt{R^۲ + L^۲}$.

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۱ ـ مکان هندسی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» ـ می‌دانیم نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث همرس‌اند، پس نقطه تلاقی نیمسازهای داخلی B و C روی نیمساز زاویه A قرار دارد، بنابراین مکان هندسی موردنظر نیمساز زاویه A است. (هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۱ ـ مکان هندسی) (دشوار)

۱۲- گزینه «۳» ـ در مثلث ABC ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. چون $AH = \frac{۲S_{ABC}}{BC}$ و این مقدار ثابت است، پس A از ضلع BC به فاصله معلوم AH است، بنابراین مکان هندسی رأس A دو خط موازی BC و به فاصله AH از آن است.



(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۱ ـ مکان هندسی) (آسان)