

حسابان ۱

۱- گزینه «۱» -

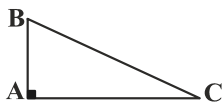
$$AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(\delta-1)^2 + (-\delta-3)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(\delta+1)^2 + (-\delta-2)^2} = \sqrt{8\delta}$$

پس مثلث قائم الزاویه است. $BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow 8\delta = 80 + 5$

$$S = \frac{1}{2}(AB)(AC) = \frac{1}{2}(\sqrt{5})(4\sqrt{5}) = 10$$



(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله دو نقطه در صفحه) (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

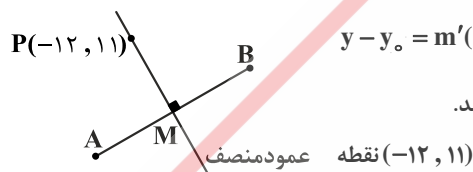
$$m \text{ شیب خط } AB = \frac{15 - (-3)}{6 - 0} = \frac{18}{6} = 3$$

$$m' \text{ شیب خط عمودمنصف} = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{3}$$

$$M \text{ وسط پاره خط } AB \begin{cases} x = \frac{0+6}{2} = 3 \\ y = \frac{-3+15}{2} = 6 \end{cases}$$

$$y - y_0 = m'(x - x_0) \Rightarrow y - 6 = \frac{-1}{3}(x - 3)$$

با امتحان گزینه‌ها مشخص می‌شود نقطه گزینه «۲» در معادله خط عمودمنصف صدق می‌کند.



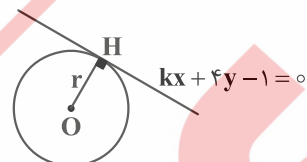
(تمرین کتاب درسی) (هندسه تحلیلی - عمودمنصف) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$S = 4\pi \Rightarrow \pi r^2 = 4\pi \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

$$r = OH = \frac{|k + 8 - 11|}{\sqrt{k^2 + 16}} = 2 \Rightarrow |k + 7| = 2\sqrt{k^2 + 16} \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید.}} k^2 + 14k + 49 = 4(k^2 + 16)$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 14k + 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \text{ ق ق} \\ k = \frac{5}{3} \text{ ق ق} \end{cases}$$



(میرزایی) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - در مربع اقطار بر هم عمودند:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\left(\frac{1}{k+1}\right)(2k+1) = -1$$

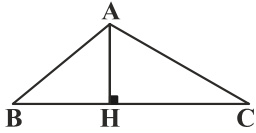
$$2k+1 = -k-1 \Rightarrow 3k = -2 \Rightarrow k = \frac{-2}{3}$$

$$k = \frac{-2}{3} : \begin{cases} y = 3x + 6 \\ y = \frac{-1}{3}x + 1 \end{cases} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow 3x + 6 = -\frac{1}{3}x + 1 \Rightarrow \frac{10}{3}x = -5 \Rightarrow x = \frac{-3}{2} \Rightarrow y = \frac{2}{2}$$

$$O\left(-\frac{3}{2}, \frac{2}{2}\right)$$

(میرزایی) (هندسه تحلیلی - وضعیت دو خط) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -



$$m = \frac{3 - (-2)}{7 - 2} = 1$$

$$y - 3 = 1(x - 7)$$

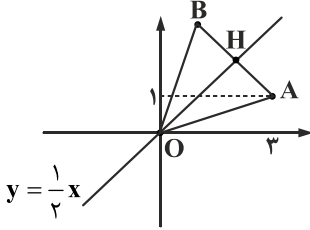
$$y - x + 4 = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 \cdot 5 - 1 + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

ارتفاع مثلث $AH = 4\sqrt{2}$

(سراسری تجربی - ۹۹) (هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - B قرینه A نسبت به خط $y = \frac{1}{2}x$ یعنی $AH = BH$ و $AB = 2AH$ می باشد.



$$y = \frac{1}{2}x \Rightarrow 2y - x = 0$$

$$AH = \frac{|2(1) - 3|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

خط عبوری از ضلع AB عمود بر خط $y = \frac{1}{2}x$ است، پس $m' = \frac{-1}{m} = -2$

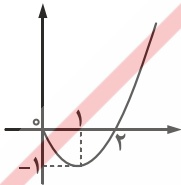
$$y - 1 = -2(x - 3) \Rightarrow y + 2x - 7 = 0$$

$$OH = \frac{|1 + 0 - 7|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} (OH)(AB) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sqrt{5}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{6}{5}$$

(میرزایی) (آشنایی با هندسه تحلیلی - فاصله نقطه از خط) (دشوار)

۷- گزینه «۴» -



$$f(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$$

$$R_f = [-1, +\infty)$$

$$R_f \subseteq B \text{ مجموعه همدامنه } B$$

بنا به نمودار، برد تابع برابر است با:

(میرزایی) (تابع - مفهوم تابع) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - بنا به نمودار ترسیم شده، ضابطه آن $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$ می باشد؛ یعنی $a = 2$ و $b = -1$ پس $a + b = 2 - 1 = 1$

(میرزایی) (تابع - انتقال توابع رادیکالی) (آسان)

۹- گزینه «۴» -

تابع نیست. $y = \pm 3$. $x = 0$: $0 - y^2 = -9 \Rightarrow y = \pm 3$ مثال نقض: گزینه «۱»

تابع نیست. $y = 1$. $x = 0$: $y^3 - y = 0 \Rightarrow y(y^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ مثال نقض: گزینه «۲»

تابع نیست. $y = 4$. $x = 2$: $|y - 1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} y - 1 = 3 \Rightarrow y = 4 \\ y - 1 = -3 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$ مثال نقض: گزینه «۳»

نقطه تابع هست. $(2, 0)$. $|x - 2| + y^4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |x - 2| = 0 \Rightarrow x = 2 \\ y^4 = 0 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$ گزینه «۴»

(میرزایی) (تابع - مفهوم تابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$||x - 2| - 3| - 5 < 0$$

$$||x - 2| - 3| < 5 \Rightarrow -5 < |x - 2| - 3 < 5$$

$$-2 < |x - 2| < 8 \Rightarrow |x - 2| < 8 \Rightarrow -8 < x - 2 < 8$$

$$-6 < x < 10$$

۱۶ عدد صحیح جزء دامنه نیستند. (میرزایی) (تابع - مفهوم تابع و دامنه آن) (متوسط)

۱۶ عدد صحیح جزء دامنه نیستند. (میرزایی) (تابع - مفهوم تابع و دامنه آن) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$\sqrt{5} = 2/2$$

$$f(1-\sqrt{5}) + f(\sqrt{5}) = f(-1/2) + f(2/2) = ([-2/4] - [+1/2]) + ([4/4] - [-2/2]) = (-3-1) + (4+3) = -4+7 = 3$$

(میرزایی) تابع - تابع جزء صحیح (آسان)

۱۲- گزینه «۱» -

$$[3x] = x+6 \Rightarrow x+6 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$2x = x+6 \Rightarrow x = 6 \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\frac{x}{2}\right] = \left[\frac{6}{2}\right] = 1$$

(میرزایی) تابع - انواع تابع - جزء صحیح (آسان)

۱۳- گزینه «۴» -

$$x \in \mathbb{Z} : [x] + [-x] = 0 : x^2 + 2x = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{تعریف نشده}$$

$$x \notin \mathbb{Z} : [x] + [-x] = -1 : x^2 + 2x = \frac{1}{-1} \Rightarrow x^2 + 2x = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \in \mathbb{Z}$$

معادله بدون ریشه (میرزایی) تابع - معادله جزء صحیح (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» -

$$\text{ریشه مخرج} : x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$\text{ریشه مخرج} : x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\text{ریشه مخرج} : \frac{2x-3}{x^2-5x-6} = 0 \Rightarrow 2x-3=0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$D = \mathbb{R} - \{-2, -1, \frac{3}{2}, 6\}$$

۴ عدد حقیقی (میرزایی) تابع - دامنه تابع (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» -

$$\text{گزینه «۱»} : \begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases} \quad D_f \neq D_g$$

$$\text{گزینه «۲»} : \begin{cases} f : (x-1)(x+2) \geq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [1, +\infty) \\ g : x-1 \geq 0, x+2 \geq 0 \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \end{cases} \quad D_f \neq D_g$$

$$\text{گزینه «۴»} : \begin{cases} f : \frac{(4-x)^2}{9-x^2} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 4-x=0 \Rightarrow x=4 \\ 9-x^2 > 0 \Rightarrow -3 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow D_f = (-3, 3) \cup \{4\} \\ g : 9-x^2 > 0 \Rightarrow -3 < x < 3 \Rightarrow D_g = (-3, 3) \end{cases} \quad D_f \neq D_g$$

$D_f \neq D_g$

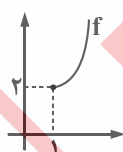
(میرزایی) تابع - دو تابع مساوی (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» -

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2 \\ (x-1)^2 &= y-2 \Rightarrow |x-1| = \sqrt{y-2} \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y-2} \\ x &= \sqrt{y-2} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \end{aligned}$$

ضابطه وارون $f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

برد $R_f = [2, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$

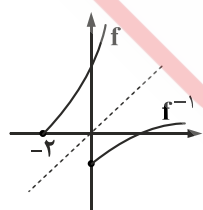


(میرزایی) تابع - وارون تابع (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» - روش اول:

f و f^{-1} همدیگر را قطع نمی کنند.

روش دوم:



$$f(x) = (x+2)^2 ; x \geq -2$$

$$y_1 = y_2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x \Rightarrow x^2 + 3x + 4 = 0$$

بدون ریشه $\Delta = 9 - 16 = -7 < 0$

(میرزایی) تابع - وارون تابع (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» - باید برد ضابطه‌های f اشتراک نداشته باشد، کافی است:

$$3 - 2a \leq 6 + a \Rightarrow a \geq -\frac{3}{3}$$

(کتاب همراه علوی) (تابع - تابع یک به یک) (متوسط)

$$\text{اگر } A \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} \in f \Rightarrow A' \begin{vmatrix} b \\ a \end{vmatrix} \in f^{-1}$$

۱۹- گزینه «۲» -

با امتحان گزینه‌ها خواهیم داشت:

$$\text{گزینه «۱»: } A' \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix} \in f^{-1} \Rightarrow A \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \end{vmatrix} \in f$$

$$f(x) = x^2 - x + 1 \Rightarrow -1 \neq -8 + 2 + 1 \text{ غ ق ق}$$

$$\text{گزینه «۳»: } A' \begin{vmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix} \in f^{-1} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{vmatrix} \in f$$

$$f(x) = x^2 - x + 1 \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \text{ ق ق ق}$$

$$\text{گزینه «۴»: } A' \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} \in f^{-1} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \in f$$

$$f(x) = x^2 - x + 1 \Rightarrow 1 \neq 8 - 2 + 1 \text{ غ ق ق ق}$$

(سراسری تجربی - ۱۴۰۱) (تابع - تابع وارون) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» -

$$y = \frac{x}{2x-3} \Rightarrow 2x \cdot y - 3y = x \Rightarrow 2x \cdot y - x = 3y \Rightarrow x(2y-1) = 3y \Rightarrow x = \frac{3y}{2y-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x}{2x-1}$$

(میرزایی) (تابع - تابع وارون) (متوسط)