

ریاضی

۱- گزینه «۲» - اگر حروف تکراری را کنار هم، یک حرف در نظر بگیریم:

$$\frac{aaa|ee|rshtmdi}{}$$

تعداد حالات ۹! خواهد بود. (نصیری) (پایه دهم - فصل ششم - جایگشت) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - عدد ۴ را کنار می‌گذاریم و عدد ۵ را انتخاب می‌کنیم. حال از ۵ عضو باقی‌مانده ۳ عضو را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل ششم - ترکیب) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - در جدول زیر، خانه‌هایی که مجموع آن‌ها مضرب ۵ است را علامت زدایم.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱				✓		
۲			✓			
۳		✓				
۴	✓					
۵					✓	
۶				✓		

$$P(A) = \frac{7}{36}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل هفتم - احتمال) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - فضای نمونه‌ای به دلیل تکرار حرف «e» برابر است با:

$$n(s) = \frac{7!}{2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2} = 2520 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2520}$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل هفتم - احتمال) (آسان)

۵- گزینه «۲» -

$$P(A) = \frac{1}{2} P(B) = x \Rightarrow \begin{cases} P(A) = x \\ P(B) = 2x \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) \Rightarrow 0.52 = x + 2x - x(2x)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 0.52 = 0 \Rightarrow (x - 0.2)(2x - 2.6) = 0 \xrightarrow{0 \leq x \leq 1} x = 0.2$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = x - x(2x) = 0.2 - 2(0.2)^2 = 0.2(1 - 0.4) = 0.2 \times 0.6 = 0.12$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - استقلال پیشامدها) (متوسط)

۶- گزینه «۴» - چون پرتاب‌ها مستقل از هم‌اند، بنابراین دو پرتاب آخر نیز مستقل است.

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - استقلال پیشامدها) (آسان)

۷- گزینه «۳» -

$$P(A) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - استقلال پیشامدها) (آسان)

۸- گزینه «۱» - A را پیشامد قهرمان شدن و B را پیشامد برد اصلی‌ترین رقیب در نظر می‌گیریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - P(A|B) \times P(B)$$

$$= \frac{5}{12} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{12} - \frac{1}{18} = \frac{15-2}{36} = \frac{13}{36}$$

(کتاب درسی یا تغییر) (پایه یازدهم - فصل هفتم - استقلال پیشامدها) (دشوار)

۹- گزینه «۲» - فضای نمونه‌ای خانواده موردنظر سه عضو دارد.

$$A = \{bg, bb, gb\}$$

پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - احتمال شرطی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» - فضای نمونه‌ای را محدود می‌کنیم. اگر مجموع دو عدد رو شده زوج باشد، هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد است.

$$P(\text{هر دو فرد}) = \frac{3 \times 3}{3 \times 3 + 3 \times 3} = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل هفتم - احتمال شرطی) (آسان)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^5) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (-x^4) = -\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x+2} - x(1+3x)}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2}{\Delta x^2} = -\frac{3}{5}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - حد در بی‌نهایت) (آسان)

۱۳- گزینه «۴» - شیب خط مماس را به سه طریق محاسبه می‌کنیم:

$$f'(c) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C}$$

$$1/5 = y_B - 25 = 25 - y_C \Rightarrow \begin{cases} y_B = 25 + 1/5 \\ y_C = 25 - 1/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_B + y_C = 50$$

(کتاب درسی یا تغییر) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مفهوم خط مماس) (آسان)

۱۴- گزینه «۳» -

$$-\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 2 + \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$\Rightarrow -f'(2) = 2 + \frac{1}{2} f'(2) \Rightarrow -\frac{3}{2} f'(2) = 2 \Rightarrow f'(2) = -\frac{4}{3}$$

$$\text{خط مماس: } y - 3 = -\frac{4}{3}(x - 2) \Rightarrow y = 7 - \frac{4}{3}x$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - تعریف مشتق) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» - طبق داده مسئله:

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{f(x) - f(k)}{x - k} = 3 \Rightarrow f'(k) = 3$$

چون شیب خط مماس بر تابع $f(x)$ در $x = k$ بیشتر از یک است. بنابراین نقطه‌ای به طول a می‌تواند برابر k باشد.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - تعریف مشتق و مفهوم خط مماس) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

(کتاب درسی یا تغییر) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - تعریف مشتق) (آسان)

۱۷- گزینه «۳» -

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|[-x]}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(2-x)(-2)}{x - 2} = 2$$

$$\text{مماس چپ: } y = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 4$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - معادله نیم‌مماس) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$f(x) = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{\sqrt{2x} - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} + 2}{2}$$

$$= 2f'(2) = -\frac{2}{3}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - تعریف مشتق و مشتق گیری) (متوسط)

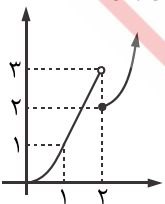
۱۹- گزینه «۴» - از طرفین رابطه داده شده مشتق می‌گیریم:

$$\frac{-(1+x) - (1-x)f'(\frac{1-x}{1+x})}{(1+x)^2} + 2xf'(x^2) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad x=1$$

$$-\frac{1}{2}f'(0) + 2f'(1) = \frac{1}{2} \times 2 \Rightarrow 2f'(1) - f'(0) = 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق تابع مرکب) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» - تابع $f(x)$ در $x = 1$ مشتق پذیر و در $x = 2$ مشتق ناپذیر است.



پس تابع در بازه $[0, 2]$ مشتق پذیر است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق پذیری در بازه) (متوسط)

۲۱- گزینه «۳» -

$$y = x^2 + bx + c \Rightarrow y' = 2x + b \Rightarrow y'' = 2$$

$$y + xy' + x^2 y'' = x^2 + bx + c + x(2x + b) + 2x^2$$

$$= \Delta x^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} 2b = 6 \Rightarrow b = 3 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow b + c = 2$$

(نصیری) پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق مرتبه دوم (آسان)

۲۲- گزینه «۴» - نقطه تماس $A(1, 1)$ است.

$$y = \sqrt[3]{x} - \sqrt{x} + x \Rightarrow y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$$

$$\Rightarrow y'(1) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{2-3+6}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{خط مماس: } y - 1 = \frac{5}{6}(x - 1) \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{6}$$

(نصیری) پایه دوازدهم - فصل چهارم - خط مماس (آسان)

۲۳- گزینه «۴» -

$$V = \pi r^2 h = \pi (r)^2 h = 16\pi h \Rightarrow V' = 16\pi$$

(نصیری) پایه دوازدهم - فصل چهارم - آهنگ لحظه‌ای (متوسط)

۲۴- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{f(x) - f(\Delta)}{x - \Delta} = 2 \Rightarrow f'(\Delta) = 2$$

$$(f - 2g)'(\Delta) = 1 \Rightarrow f'(\Delta) - 2g'(\Delta) = 1 \cdot$$

$$\Rightarrow 2 - 2g'(\Delta) = 1 \Rightarrow g'(\Delta) = -\frac{1}{2}$$

$$(f + 3g)'(\Delta) = f'(\Delta) + 3g'(\Delta) = 2 + 3(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

(نصیری) پایه دوازدهم - فصل چهارم - قوانین مشتق‌گیری (آسان)

۲۵- گزینه «۴» -

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} \Rightarrow 2c^2 + 1 = \Delta \Rightarrow c^2 = \frac{\Delta}{2}$$

$$\xrightarrow{c \in (0, 2)} c = \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{2}}$$

(نصیری) پایه دوازدهم - فصل چهارم - آهنگ متوسط و لحظه‌ای (متوسط)