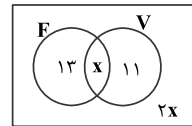


حسابان

۱- گزینه «۲» - تعداد اعضا را درون هر مجموعه می‌نویسیم.



مجموع کل افراد کلاس ۳۰ نفرند پس:

$$13 + x + 11 + 2x = 30 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$n(F) = 13 + x = 13 + 2 = 15$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل اول - مجموعه) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - با سه جمله متوالی p را حساب می‌کنیم.

$$2(3p + 4) = 2 + p + p + 10 \Rightarrow 6p + 8 = 2p + 12$$

$$4p = 4 \Rightarrow p = 1$$

پس دنباله به صورت زیر خواهد بود:

$$2, 3, 4, 5, \dots, 403$$

جمله آخر ۴۰۳ است.

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{403 - 2}{1} + 1 = 402$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل اول - دنباله حسابی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$\left[\frac{n+1}{2}\right] - n = -2 \Rightarrow \left[\frac{n+1}{2}\right] = n - 2$$

$$\Rightarrow n - 2 \leq \frac{n+1}{2} < n - 1 \Rightarrow 2n - 4 \leq n + 1 < 2n - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n+1 \geq 2n-4 \Rightarrow n \leq 5 \\ n+1 < 2n-2 \Rightarrow n > 3 \end{cases} \rightarrow 3 < n \leq 5$$

پس جملات چهارم و پنجم برابر ۲- است.

$$m + k = 9$$

(نصیری) (پایه دهم - فصل اول - دنباله) (دشوار)

۴- گزینه «۴» -

$$t_1 + t_2 + \dots + t_n = (1+1) + (2+2) + \dots + (20+20)$$

$$= 2(1+2+\dots+20) = 2 \times \frac{20 \times 21}{2} = 420$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - مجموع دنباله حسابی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} t_1 = 3 \\ t_7 = \frac{3}{64} \Rightarrow \frac{t_7}{t_1} = \frac{1}{64} \Rightarrow r^6 = \frac{1}{64} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S_{10} = \frac{t_1(1-r^{10})}{1-r} = \frac{3(1-\frac{1}{1024})}{1+\frac{1}{2}} = \frac{3(1023)}{1024} = \frac{1023}{341}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - مجموع دنباله حسابی) (آسان)

۶- گزینه «۱» - مختصات نقاط داده شده را حساب می‌کنیم.

$$x = 2 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow A(2, 3)$$

$$y = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow B(1, 2)$$

فاصله A از B برابر قطر مربع خواهد بود.

$$|AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} |AB|^2 = 1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۷- گزینه «۲» - محل برخورد دو خط را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} -3x - 3y = -2 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases} \rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 1$$

پس نقطه برخورد $A(1, 1)$ است. حال فاصله نقطه A را از خط $4x - 3y + 1 = 0$ حساب می‌کنیم.

$$|AH| = \frac{|4-3+1|}{\sqrt{16+9}} = \frac{2}{5}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۸- گزینه «۱» - چون $ABCD$ مستطیل است، بنابراین $AB \perp BC$ است.

$$\frac{5-2}{2-2} \times \frac{m-5}{0-2} = -1 \Rightarrow 2\left(\frac{5-m}{2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow 15 - 2m = 2 \Rightarrow 2m = 13 \Rightarrow m = \frac{13}{2}$$

در مستطیل $ABCD$ داریم:

$$A + C = B + D \Rightarrow D = (3, 2) + (0, \frac{13}{2}) - (2, 5) = (1, \frac{4}{2})$$

$$p + q + m = 1 + \frac{4}{2} + \frac{13}{2} = \frac{20}{2}$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل اول - هندسه تحلیلی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - تابع در بازه $(-3, 2)$ بالای محور x قرار دارد و همچنین شیب خط مماس در آن نقاط مثبت است. بنابراین مطلوب مسئله نقاط $\{-2, -1, 0, 1\}$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - شیب خط مماس) (آسان)

۱۰- گزینه «۱» - طبق اطلاعات مسئله $f'(1) = \frac{5}{2}$ است.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + a$$

$$f'(1) = \frac{1}{2} + a = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2$$

حال $f'(4)$ را حساب می‌کنیم.

$$f'(4) = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - تعریف مشتق) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» - عبارت قدرمطلق و براکتی را در اطراف $x = 3$ تعیین تکلیف می‌کنیم.

$$f(x) = \frac{x-1+x-2}{[-\frac{3}{2}] + \sqrt{x+6}} = \frac{2x-3}{-2+\sqrt{x+6}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2(-2+\sqrt{x+6}) - \frac{1}{2\sqrt{x+6}}(2x-3)}{(-2+\sqrt{x+6})^2}$$

$$\Rightarrow f'(3) = \frac{2-1}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌گیری) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) \Rightarrow a = \frac{1}{4} + b$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2a \cos 2x & x \geq \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{\pi} + b(1 + \tan^2 x) & x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$f'_+(\frac{\pi}{4}) = f'_-(\frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{1}{\pi} + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2\pi}$$

$$a = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} = \frac{\pi-2}{4\pi}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌پذیری) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

$$x = 1 \Rightarrow f(1) + f(1) = 1 + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(1) = -\frac{1}{2}$$

$$y = f(x^2) + xf(1) \Rightarrow y' = 2xf'(x^2) + f(1)$$

$$\Rightarrow y'(1) = 2f'(1) + f(1) = 2 \times \frac{-1}{2} + 1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - قوانین مشتق‌گیری) (دشوار)

۱۴- گزینه «۲» -

$$f(x) + f'(x) = 6x + 3x^2 \Rightarrow f'(x) + f''(x) = 6 + 6x$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$(f(x) + f'(x)) - (f'(x) + f''(x)) = (6x + 3x^2) - (6 + 6x)$$

عبارت بالا را به‌ازای $x = 2$ محاسبه می‌کنیم.

$$f(2) - f''(2) = 6$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق مرتبه دوم) (دشوار)

۱۵-گزینه «۲» -

$$f'(x) = \frac{1}{\pi} \times 3 \times \frac{-\pi}{x^2} \tan^2 \frac{\pi}{x} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{x})$$

$$f'(4) = \frac{-3}{16} \times 1 \times 2 = -\frac{3}{8}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق مثلثاتی) (متوسط)

۱۶-گزینه «۲» - تابع f در $X=2$ پیوسته است زیرا: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ است. اکنون مشتق

تابع را حساب می‌کنیم.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt{(x-1)^2}} & x > 2 \\ 2x & x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(2) = \frac{1}{3} \\ f'_-(2) = 4 \end{cases} \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌پذیری) (متوسط)

۱۷-گزینه «۱» - تابع در فاصله $(-\infty, a]$ اکیداً صعودی و در فاصله $[a, +\infty)$ اکیداً نزولی

و $a > 0$ است. بنابراین نمودار f' از چپ به راست باید ابتدا مثبت و سپس منفی باشد.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - نمودار مشتق) (متوسط)

۱۸-گزینه «۲» -

$$g'(x) = -3 \cos^2 x \sin x = -3 \cos x (\sin x \cos x) = -\frac{3}{2} \cos x \sin 2x$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق مثلثاتی) (متوسط)

۱۹-گزینه «۴» -

$$f(x) = 4x + 3f(x + \sin x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 + 3(1 + \cos x)f'(x + \sin x)$$

$$\xrightarrow{x=0} f'(0) = 4 + 6f'(0) \Rightarrow f'(0) = -\frac{4}{5} = -0.8$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق تابع مرکب) (متوسط)

۲۰-گزینه «۱» -

$$f(x) = \sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{(x-2)^2}} \Rightarrow f'(2) = +\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌پذیری رادیکال‌ها) (متوسط)