

۱- گزینه «۳» - ابتدا باید مطمئن شویم که زوج مرتب‌های داده شده نشانگر یک تابع باشند. پس خواهیم داشت:

$$m^2 = 2m \Rightarrow m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases}$$

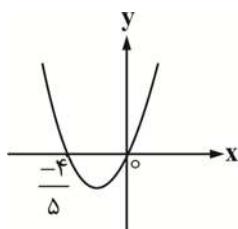
برای داشتن تابع ثابت برد ما شامل تنها یک عضو خواهد بود که در این مسئله برابر ۴ است.

$$2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

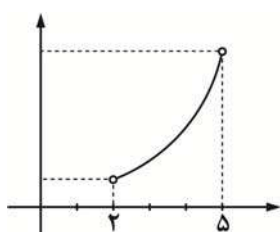
$$m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

بین جواب‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم $m = 2 \Leftarrow$ (رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس سوم - انواع تابع)

۲- گزینه «۱» - تابع داده شده را می‌توان به راحتی رسم کرد.



دامنه را محدود به بازه $(2, 5)$ می‌کنیم و مقدار تابع را در ۲ و ۵ حساب می‌کنیم.

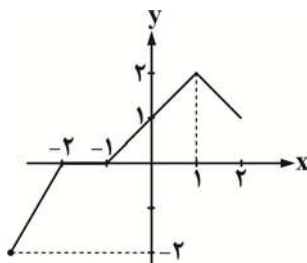


$$f(2) = 5(4) + 4(2) = 28$$

$$f(5) = 5(25) + 4(5) = 145$$

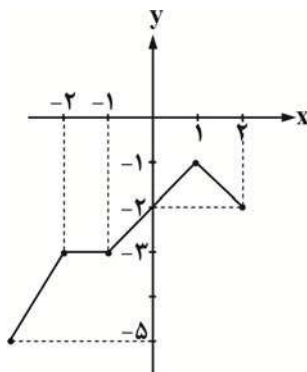
در نتیجه با توجه به شکل و مقادیر به دست آمده برد تابع در بازه $(28, 145)$ قرار خواهد گرفت. (رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد توابع)

۳- گزینه «۱» - برای ساختن تابع داده شده مرحله به مرحله عمل می‌کنیم ابتدا $f(x+1)$ را با انتقال $f(x)$ به اندازه یک واحد به سمت چپ رسم می‌کنیم.



حال $f(x+1)$ را ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم.

با توجه به نمودار مقابل تابع در هیچ نقطه‌ای محور x ها را قطع نمی‌کند \Leftarrow ریشه‌ای ندارد.



(رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس سوم - رسم توابع به کمک انتقال)

۴- گزینه «۴» - عبارتهای «الف» و «ب» نادرست هستند. (رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس دوم و سوم - دامنه و برد توابع و رسم توابع به کمک انتقال)

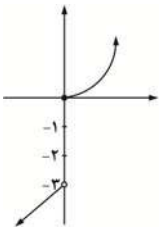
۵- گزینه «۳» - می دانیم که حجم استوانه برابر است با:

ارتفاع \times مساحت قاعده $V =$

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 (16r^2 + 3) = 16\pi r^4 + 3\pi r^2$$

(رستمی کیا) (فصل پنجم درس سوم - انواع تابع)

۶- گزینه «۲» - ابتدا تابع $f(x)$ را رسم می کنیم.



برد تابع برابر است با $(-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$ پس با اضافه کردن اعداد -1 و -2 و -3 به برد تابع، بازه ای شامل همه اعداد صحیح خواهیم

داشت. (رستمی کیا) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد توابع)

۷- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{array}{l} abd : 3 \times 2 = 6 \\ acd : 2 \times 2 = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 4 = 10$$

(رستمی کیا) (فصل ششم - درس اول - شمارش)

۸- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{array}{l} \text{رقم آخر ۲} \Rightarrow \underline{3} \times \underline{3} \times \underline{1} = 9 \\ \text{رقم آخر ۴} \Rightarrow \underline{3} \times \underline{3} \times \underline{1} = 9 \\ \text{رقم آخر صفر} \Rightarrow \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{1} = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow 9 + 9 + 12 = 30$$

(رستمی کیا) (فصل ششم - درس اول - شمارش)

۹- گزینه «۴» - S ها یا می توانند در خانه اول و سوم و پنجم قرار گیرند یا در خانه های دوم و چهارم و ششم و حروف دیگر در خانه های باقی مانده

قرار می گیرند. در خانه های باقی مانده هر یک از حروف T, I, A را می توان قرار داد.

$$\left. \begin{array}{l} \underline{S} \ \underline{S} \ \underline{S} \ \underline{S} \\ \quad 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ \underline{S} \ \underline{S} \ \underline{S} \\ 3 \times 2 \times 1 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 6 = 12$$

(اصفهانی) (ریاضی دهم - فصل ششم - شمارش)

۱۰- گزینه «۲» - تعداد کل حالت هایی که برای انتخاب ۶ گل داریم برابر است با:

$$\binom{15}{6} = \frac{15!}{9! \times 6!} = 5005$$

حالتی را در نظر می گیریم که اصلاً هیچ گل یاسی در انتخابها نباشد:

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210$$

با کم کردن این دو مقدار، حالت مطلوب صورت سؤال را خواهیم داشت.

$$5005 - 210 = 4795$$

(رستمی کیا) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۱۱- گزینه «۲» - می دانیم برای داشتن یک مثلث به سه نقطه نیاز داریم تنها کافیست نقطه های انتخابی ما روی یک خط قرار نداشته باشند

در این صورت خواهیم داشت:

$$\binom{9}{3} - \binom{4}{3} = 84 - 4 = 80$$

(رستمی کیا) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

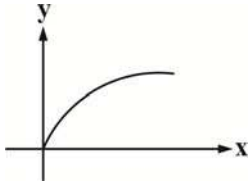
۱۲- گزینه «۴» - برای حل این سؤال کافی است، حسام، علی و حسن را یک نفر در نظر بگیریم \Leftarrow خواهیم داشت:

$$10! \times 3!$$

(دقت کنید که این ۳ نفر می‌توانند به ۳! حالت کنار هم قرار بگیرند.) (رستمی کیا) (فصل ششم - درس دوم - جایگشت)

۱۳- گزینه «۱» - برد تابع $y = x^2 - 3$ برابر است با $(-3, +\infty)$ ، تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم می‌کنیم. برای این که دامنه تابع داده شده با برد

تابع $y = x^2 - 3$ برابر شود باید تابع \sqrt{x} به اندازه ۳ واحد به سمت چپ انتقال یابد.



$$y = \sqrt{x - (\Delta n + 2)} \Rightarrow \Delta n + 2 = -3 \Rightarrow n = -1$$

(رستمی کیا) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد تابع)

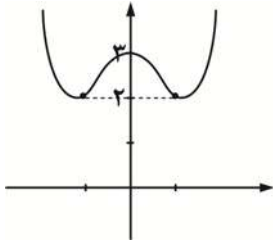
۱۴- گزینه «۳» - با هر متر نزدیک شدن به زمین ۵ درجه افزایش دما خواهیم داشت در نتیجه تابع ما برابر است با:

$$\theta = -20 + 5h$$

(رستمی کیا) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد تابع)

۱۵- گزینه «۲» - برد تابع $y = |x^2 - 1| + 2$ طبق شکل برابر است با $(2, +\infty)$ و دامنه تابع $y = \sqrt{x}$ در صورتی که دارای برد $[0, 4]$ باشد،

برابر $[0, 16]$ خواهد بود. برای پیدا کردن عضوهای مشترک بین این دو بازه اشتراک می‌گیریم.



$$[2, +\infty) \cap [0, 16] = [2, 16]$$

اعضای صحیح: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$

(رستمی کیا) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد تابع)

۱۶- گزینه «۳» - اگر ضابطه داده شده متعلق به یک تابع باشد باید در $x = 2$ مقدار $f(x)$ منحصر به فرد باشد، یعنی مقدار $f(2)$ در ضابطه اول با

مقدار آن در ضابطه دوم برابر باشد. بنابراین:

$$12 + a = 8a - 4 \Rightarrow a = \frac{16}{7}$$

$$7f\left(\frac{7}{4}a\right) = 7f\left(\frac{7}{4} \times \frac{16}{7}\right) = 7f(4) = 7 \times (3(16) + \frac{16}{7}) = 352$$

(رستمی کیا) (فصل پنجم - درس سوم - توابع چند ضابطه‌ای)

۱۷- گزینه «۲» - حرف اول باید یکی از حروف «ش»، «ب» یا «ی» باشد. پس ۳ انتخاب برای حرف اول وجود دارد. بنابراین جواب برابر است با:

$$\binom{3}{1} \times 5! = 3 \times 5!$$

(رستمی کیا) (فصل ششم - درس دوم - جایگشت)

۱۸- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{array}{l} x \leq -2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g(x) \leq 0 \\ x < 0 \end{array} \right. \xrightarrow{\cap} x \leq -2 \\ x > -2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g(x) \geq 0 \\ x > 0 \end{array} \right. \xrightarrow{\cap} x \geq 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cup} (-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$$

(رستمی کیا) (فصل پنجم - درس دوم - دامنه و برد تابع)

۱۹- گزینه «۴» - برای داشتن یک تابع ثابت باید برد تابع تنها شامل یک عضو باشد یعنی:

$$k - 4 = 4 \Rightarrow k = 8$$

$$n^2 + k = 4 \Rightarrow n^2 + 8 = 4 \Rightarrow n^2 = -4 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$

(رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس دوم - انواع تابع)

۲۰- گزینه «۴» -

$$\text{تعداد ست‌های متفاوت} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

(رستمی‌کیا) (فصل ششم - درس اول - شمارش)