

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۴» - مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n); a_1 + a_9 = -18 \Rightarrow S_9 = \frac{9}{2}(a_1 + a_9) = \frac{9}{2}(-18) = -81$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی) (متوسط)

۲- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} a_7 = -2 \\ a_8 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + d = -2 \\ a_1 + 7d = 4 \end{cases} \Rightarrow a_1 = -4, d = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2}(-8 + 30) \Rightarrow S_{16} = 176$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$\begin{cases} S_6 = 27 \\ S_{12} = -72 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع ۶ جمله اول و ۱۲ جمله دوم برابر مجموع ۱۸ جمله اول می شود.}$$

$$S_{18} = 27 + (-72) = -45$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\begin{cases} S_6 = 27 \Rightarrow 27 = \frac{6}{2}[2a_1 + 5d] \\ S_{18} = -45 \Rightarrow -45 = \frac{18}{2}[2a_1 + 17d] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 5d = 9 \\ 2a_1 + 17d = -5 \end{cases} \xrightarrow{\times(-)} \begin{cases} -2a_1 - 5d = -9 \\ 2a_1 + 17d = -5 \end{cases} \Rightarrow d = -\frac{7}{6}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - مسافت های طی شده تشکیل یک دنباله حسابی می دهند:

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \dots \Rightarrow d = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \Rightarrow d = \frac{1}{8}$$

اگر مجموع ۲۰ جمله اول این دنباله را حساب کنیم، مسافت طی شده به دست می آید:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}\left[2\left(\frac{1}{8}\right) + 19\left(\frac{1}{8}\right)\right] \Rightarrow S_{20} = 10\left[\frac{1}{4} + \frac{19}{8}\right] = \frac{210}{8} = 26\frac{3}{4}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی) (دشوار)

۵- گزینه «۲» - جمله  $m$ ام یک دنباله هندسی از رابطه  $a_n = a_1 r^{n-1}$  به دست می آید:

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{1}{81} \\ r = -3 \Rightarrow 3 = -\frac{1}{81}(-3)^{n-1} \Rightarrow (-3)^{n-1} = -3 \times 81 \\ a_n = 3 \end{cases}$$

$$81 = 3^4; (-3)^{n-1} = -3 \times 3^4 \Rightarrow (-3)^{n-1} = (-3)^5 \Rightarrow n-1 = 5 \Rightarrow n = 6 \text{ جمله ششم}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله های هندسی) (آسان)

۶- گزینه «۲» - در دنباله هندسی  $a_n = a_1 r^{n-1}$  با فرض  $a_1 > 0$  اگر  $0 < r < 1$  باشد، دنباله کاهشی است.

$$a_1 = \frac{1}{5} > 0 \Rightarrow 0 < 2m + \frac{1}{3} < 1 \xrightarrow{\text{اضافه می کنیم.}} \frac{-1}{3} < 2m < \frac{2}{3} \xrightarrow{+2} -\frac{1}{6} < m < \frac{1}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - بین دو عدد  $a, b, n$  عدد را طوری قرار می دهیم که جملات دنباله با شروع از  $a$  و ختم به  $b$  تشکیل یک دنباله هندسی دهند.

$$\text{نسبت مشترک دنباله هندسی از رابطه } r^{n+1} = \frac{b}{a} \text{ به دست می آید:}$$

$$\begin{cases} a = -243 = -3^5 \\ b = -\frac{1}{27} = -3^{-3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} = \frac{-3^{-3}}{-3^5} \Rightarrow (3^{-1})^{n+1} = 3^{-8} \Rightarrow 3^{-n-1} = 3^{-8} \Rightarrow -n-1 = -8 \Rightarrow n = 7 \\ r = \frac{1}{3} \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (متوسط)

۸- گزینه «۴» - مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a و نسبت مشترک r از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_n = a \frac{(1-r^n)}{1-r}$$

$$\begin{cases} S_8 = 51 \\ n = 8 \\ r = 2 \end{cases} \Rightarrow \Delta_1 = a \frac{(1-2^8)}{1-2} \Rightarrow \Delta_1 = a \frac{(1-256)}{-1} \Rightarrow \Delta_1 = a(255) \Rightarrow a = \frac{51}{255} = \frac{1}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (آسان)

۹- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} S_6 = 45 \\ a_1 - a_6 = 9 \end{cases} \Rightarrow S_n = a_1 \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_6 = a_1 \frac{1-r^6}{1-r} \Rightarrow S_6 = \frac{a_1 - a_1 r^6}{1-r} \Rightarrow 45 = \frac{9}{1-r} \Rightarrow 1-r = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} \Rightarrow r = \frac{4}{5}$$

$$\frac{a_6}{a_3} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^3} = r^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{16}{25}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$S_1 = -31S_5; S_n = a \frac{(1-r^n)}{1-r}$$

$$\cancel{a} \frac{(1-r^1)}{\cancel{1-r}} = -31 \frac{\cancel{a}(1-r^5)}{\cancel{1-r}} \Rightarrow (1-r^1) = -31(1-r^5) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (1-r^5)(1+r^5) = -31(1-r^5) \Rightarrow 1+r^5 = -31$$

$$\Rightarrow r^5 = -32 \Rightarrow r^5 = (-2)^5 \Rightarrow r = -2$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} a_6 = -2 \\ a_1 = -\frac{1}{8} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_6}{a_1} = \frac{-2}{-\frac{1}{8}} \Rightarrow \frac{a_1 r^6}{a_1 r^1} = 16 \Rightarrow \frac{1}{r^5} = 16 \Rightarrow \frac{1}{r^5} = 2^4 \Rightarrow r^5 = \frac{1}{2^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$\text{از } a_6 = -2 \Rightarrow a_1 r^6 = -2 \Rightarrow a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -2 \Rightarrow a_1 = -2^7$$

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_7 = -2^7 \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7}{1-\frac{1}{2}} = -2^7 \times \frac{16}{2} = -2^7 \times 8 = \frac{-2^7 \times 15}{2^4} \Rightarrow S_7 = -2^3 \times 15 = -120$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} r = \frac{1}{3} \\ a = -7 \\ a_n = 45 \end{cases} \Rightarrow S_n = a \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{a-ar^n}{1-r} \Rightarrow S_n = \frac{a-ar^{n-1} \times r}{1-r} = \frac{a-a_n \times r}{1-r} \Rightarrow S_n = \frac{-7-45 \times \frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{-7-15}{\frac{2}{3}} \Rightarrow S_n = -33$$

نکته: جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = ar^{n-1}$  می باشد. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی) (دشوار)

۱۳- گزینه «۱» -

تابع ثابت  $f(x) = c$

$$g(x) = [-x] \Rightarrow g(-3/2) = [-(-3/2)] = [3/2] = 3$$

$$(f \times g)(-3/2) = f(-3/2) \times g(-3/2) = -6 \Rightarrow f(-3/2) = \frac{-6}{3} = -2 \Rightarrow f(-3/2) = -2$$

در نتیجه چون f یک تابع ثابت است، بنابراین  $f(-5/2)$  نیز برابر ۲- می شود.

$$\Rightarrow f(-5/2) = -2$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (آسان)

$$D_f = \{-1, 0, -2\}, D_g = \mathbb{R}, D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = \{-1, 0, -2\} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{g}{f}\right)(-1) = \frac{g(-1)}{f(-1)} = \frac{0}{2} = 0 \\ \left(\frac{g}{f}\right)(0) = \frac{g(0)}{f(0)} = \frac{-1}{3} \\ \left(\frac{g}{f}\right)(-2) = \frac{g(-2)}{f(-2)} = \frac{1}{-1} = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{g}{f} = \{(-1, 0), (0, -\frac{1}{3}), (-2, -1)\} = \{(-2, a), (-1, 0), (b, -\frac{1}{3})\}$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 0 \Rightarrow b - a = 1$$

(اکبری) پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع (متوسط)

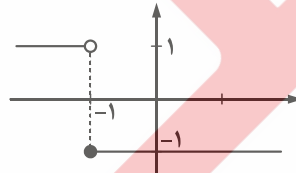
۱۵- گزینه ۳ - با توجه به نمودارها نتیجه می گیریم که نمودارهای  $f$  و  $g$  مربوط به توابع قدرمطلق می باشند.

$$f(x) = |x+1|, g(x) = |x+2|, (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq -1 \\ -(x+1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} x+2 & x \geq -2 \\ -(x+2) & x < -2 \end{cases}$$

$$(f-g)(x) = \begin{cases} x+1 - (x+2) & x \geq -1 \\ -(x+1) - (-(x+2)) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow (f-g)(x) = \begin{cases} -1 & x \geq -1 \\ 1 & x < -1 \end{cases} \Rightarrow$$



(اکبری) پایه یازدهم - فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع (متوسط)

۱۶- گزینه ۴ - اگر اختلاف بین کم درآمدترین و پردرآمدترین فرد جامعه خیلی زیاد باشد بهتر است برای یافتن خط فقر از روش «نصف میانه» استفاده کنیم، ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:

$$1, 1, 3, \underbrace{4, 6, 6, 9, 60}_{\text{میانه}} \Rightarrow \text{میانه} = \frac{4+6}{2} = 5 \Rightarrow \text{خط فقر} = \text{نصف میانه} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ میلیون تومان}$$

(اکبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص های آماری - خط فقر (متوسط)

۱۷- گزینه ۲ - برای محاسبه میزان تورم با استفاده از شاخص بهای کالاها و خدمات از رابطه زیر استفاده می شود:

$$100 \times \frac{\text{شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه}}{\text{شاخص بهای کالاها و خدمات در سال موردنظر}} = \text{درصد تورم}$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{x-16}{16} \times 100 \Rightarrow x-16 = 4 \Rightarrow x = 20$$

(اکبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص های آماری - تورم (متوسط)

۱۸- گزینه ۴ - جمعیت فعال  $\frac{2}{5}$  + تعداد بیکاران = جمعیت فعال  $\Rightarrow$  تعداد شاغلین + تعداد بیکاران = جمعیت فعال

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} = \text{جمعیت فعال} \times \frac{3}{5}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{3}{5} \times 100 = 60$$

(اکبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص های آماری - نرخ بیکاری (دشوار)

۱۹- گزینه ۴ - با توجه به مطالب کتاب درسی صفحه ۵۹ گزینه ۴ نادرست است. چون در نمودار شاخص بهای کالا و خدمات محور طول ها نشان دهنده سال و محور عرض ها نشان دهنده عدد شاخص می باشد.

(اکبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص های آماری - شاخص بهای کالاها و خدمات (آسان)

۲۰- گزینه ۱ - یکی از شاخص هایی که مشخص می کند یک کتاب به زبان انگلیسی مخصوص چه پایه ای می باشد، شاخص پایه آموزش است:

$$9 = \left[ \frac{0}{4}(x+3) + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4}(21) + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4} + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 \neq 10 \times$$

برای یافتن جواب معادلات براکتی (جزء صحیح) از گزینه ها استفاده می کنیم:

$$\text{گزینه «۱»}: 9 = \left[ \frac{0}{4}(21) + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{9}{6} \right] = 9 \checkmark$$

$$\text{گزینه «۲»}: 9 \neq 8 \times \Rightarrow 9 = \left[ \frac{8}{4} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4}(18) + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4} + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 \neq 10 \times$$

$$\text{گزینه «۳»}: 9 \neq 10 \times \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4}(23) + \frac{1}{2} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4} \right] \Rightarrow 9 = \left[ \frac{0}{4} \right] \Rightarrow 9 \neq 10 \times$$

(اکبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس اول - شاخص های آماری - شاخص پایه آموزش (متوسط)