

## حسابان

۱- گزینه «۲» - از طرفین تساوی مشتق می گیریم:

$$2x + (2x-1)f'(x^2-x) = -3g'(3x-2)$$

در طرفین تساوی جدید مقدار  $x=1$  را جای گذاری می کنیم:

$$2 + f'(0) = -3g'(1) \Rightarrow 2 + 10 = -3g'(1) \Rightarrow g'(1) = -4$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - مشتق ترکیب)

۲- گزینه «۱» -

$$f\left(\frac{f}{x}\right) = \frac{x^2}{1+x} \Rightarrow -\frac{f}{x^2} f'\left(\frac{f}{x}\right) = \frac{2x(1+x) - x^2}{(1+x)^2} \xrightarrow{x=f} -\frac{1}{f} f'(1) = \frac{2f}{25} \Rightarrow f'(1) = -\frac{96}{25} = -3.84$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - مشتق ترکیب)

۳- گزینه «۳» -

$$g'(x)f'(g(x)) = (f \circ g)'(x) = \left[2\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{2x^2 + 2x}\right) - 2\right]'$$

$$= \left[2\sqrt{2x^2 + 2x}\right]' = \left[2(2x + 2)\right]' = (6x + 4)' = 12x + 4 \Rightarrow g'(2)f'(g(2)) = 28$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - مشتق ترکیب)

۴- گزینه «۲» -

$$x \rightarrow 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + x\left[\frac{y}{x}\right] = x^2 + 3x \Rightarrow f'(x) = 2x + 3 \Rightarrow f'(1) = 5$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - مشتق پذیری براکت ها)

۵- گزینه «۱» - تابع در  $x=1$  پیوسته است، زیرا:

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2) = 3$$

حال مشتق تابع را محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2 & x > 1 \\ 6x & x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 5 \\ f'_-(1) = 6 \end{cases} \Rightarrow f'_-(1) - f'_+(1) = 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - مشتق چند ضابطه ای)

۶- گزینه «۱» -

$$\frac{d(b) - d(1)}{b-1} = 4 \Rightarrow \frac{16b - 4b^2 - 12}{b-1} = 4 \Rightarrow 16b - 4b^2 - 12 = 4b - 4 \Rightarrow 4b^2 - 12b + 8 = 0 \xrightarrow{b>1} b = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - آهنگ تغییر)

۷- گزینه «۴» -

$$f'(x) = -3x^2 + 24x + 99 \geq 0 \xrightarrow{+(-3)} x^2 - 8x - 33 \leq 0 \Rightarrow (x-11)(x+3) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 11$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - کاربرد مشتق - یکنوایی)

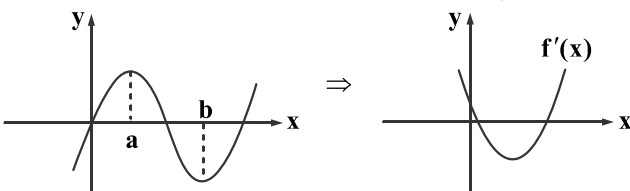
۸- گزینه «۲» - تابع در فاصله های  $(-\infty, 1]$  و  $[3, +\infty)$  صعودی اکید است که در فاصله  $(-1, 3)$  مقدار منفی دارد. با توجه به گزینه ها تابع در فاصله  $(-\infty, -1)$  و  $(1, +\infty)$  صعودی اکید و مقدار آن منفی است. (نصیری) (پایه دوازدهم - کاربرد مشتق - یکنوایی)

۹- گزینه «۲» -

$$y = x^2 - (m+2)x^2 + 3x \Rightarrow y' = 2x - 2(m+2)x + 3 \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow (m+2)^2 - 9 \leq 0 \Rightarrow (m+2)^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq m+2 \leq 3 \xrightarrow{-2} -5 \leq m \leq 1$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - کاربرد مشتق - یکنوایی)

۱۰- گزینه «۱» - تابع  $f$  در فاصله  $(-\infty, a)$  صعودی اکید ( $a > 0$ )، در فاصله  $(a, b)$  نزولی اکید، در فاصله  $(b, +\infty)$  صعودی اکید است و همچنین در دو نقطه  $a$  و  $b$  مشتق صفر است. پس: از چپ به راست، نمودار  $f'$  ابتدا باید بالای محور  $x$  سپس پایین محور  $x$ ها و در نهایت مجدداً بالای محور  $x$ ها باشد و در نقطه با طول های مثبت محور  $x$ ها را قطع کند، پس گزینه «۱» صحیح است.



(نصیری) (پایه دوازدهم - کاربرد مشتق - یکنوایی)

۱۱- گزینه «۴» -

$$y = (\sin x + \cos x)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow y' = \frac{1}{4}(\sin x + \cos x)^{-\frac{3}{4}}(\cos x - \sin x) \Rightarrow y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2})^{-\frac{3}{4}}(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - مشتق توابع مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۱» -

$$y^{\frac{1}{3}} = 9 - x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y = \sqrt[3]{9 - x^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow y' = \frac{-\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}}{3\sqrt[3]{(9 - x^{\frac{1}{3}})^2}} \Rightarrow y'(1) = \frac{-\frac{1}{3}}{3\sqrt[3]{8^2}} = \frac{-1}{4}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - مشتق - آهنگ تغییر)

۱۳- گزینه «۳» -

$$f(x) = 2x - \cos x \Rightarrow f'(x) = 2 + \sin x > 0$$

چون  $f'$  همواره مثبت است پس  $f$  صعودی اکید است. (نصیری) (پایه دوازدهم - کاربرد مشتق - یکنوایی)

۱۴- گزینه «۴» -

$$f(x) = |x|(x-2) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ 2x - x^2 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x > 0 \\ 2 - 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$f' < 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2 < 0 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap(x>0)} 0 < x < 1 \\ 2 - 2x < 0 \Rightarrow x > 1 \xrightarrow{\cap(x<0)} x \in \emptyset \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - کاربرد مشتق - یکنوایی)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\frac{t_1}{t_5} = 3 \Rightarrow r^5 = 3 \quad \frac{S_1}{S_5} = 1 + r^5 = 1 + 3 = 4$$

(نصیری) (پایه یازدهم - دنباله - مجموع جملات دنباله هندسی)

۱۶- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} S_6 = \frac{6}{r}(2t_1 + 5d) = 30 \Rightarrow 2t_1 + 5d = 10 \\ S_8 = \frac{8}{r}(2t_1 + 7d) = 72 \Rightarrow 2t_1 + 7d = 18 \end{cases} \Rightarrow d = 4, t_1 = -5$$

$$t_7 = t_1 + 6d = -5 + 24 = 19$$

(نصیری) (پایه یازدهم - دنباله - مجموع جملات دنباله حسابی)