

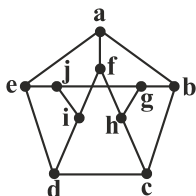
ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۱» - می‌دانیم $\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ پس $\gamma \geq \left\lceil \frac{17}{2+1} \right\rceil$ یعنی $\gamma \geq 6$ ، پس عدد احاطه‌گری نمی‌تواند ۵ باشد.

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - کران پایین γ) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - در این گراف تعداد رأس‌ها $n = 10$ و $\Delta = 3$ است، در نتیجه:

$$\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{10}{4} \right\rceil = 3$$



در این گراف مجموعه احاطه‌گر سه عضوی وجود دارد: $\{a, h, i\}$ ، پس عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۳ است.

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - کران پایین γ) (متوسط)

۳- گزینه «۲» - اگر هر حرکت به راست را با R و هر حرکت به سمت بالا را با u نشان دهیم، تعداد حالت‌های رسیدن از نقطه A به B برابر

جایگشت‌های ۴ حرف R و ۳ حرف u است؛ یعنی تعداد کل حالت‌ها برابر $\frac{7!}{4!3!} = 35$ است.

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - جایگشت با تکرار) (دشوار)

۴- گزینه «۳» - چون ترتیب قرار گرفتن کتاب‌ها مهم است، پس از ترتیب استفاده می‌کنیم:

$$P(n, 3) = 336 \Rightarrow n(n-1)(n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$

اکنون به‌دست می‌آید:

$$(n-3)! = 5! = 120$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - یادآوری ترکیبات) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - ابتدا A و B را در یک ردیف قرار می‌دهیم. این کار به $\frac{8!}{4!4!}$ می‌توان این کار را انجام داد. اکنون با قرار دادن A و B، ۹ مکان

به‌صورت زیر ایجاد می‌شود. ۳ مکان از ۹ مکان مشخص شده را انتخاب می‌کنیم و حروف C را قرار می‌دهیم:



بنابراین جواب برابر است با:

$$\frac{8!}{4!4!} \times \binom{9}{3} = 1176$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - جایگشت با تکرار) (آسان)

۶- گزینه «۲» - چون سمت راست عددی زوج است، پس سمت چپ هم عددی زوج است، بنابراین x_1 هم عددی زوج است؛ یعنی می‌توان فرض

کرد $x_1 = 2k$. اکنون می‌توان نوشت:

$$2k + 2x_2 + 2x_3 = 20 \Rightarrow k + x_2 + x_3 = 10$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله برابر است با:

$$\binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - معادلات سیاله خطی) (دشوار)

۷- گزینه «۴» - تعداد عددهای سه رقمی فرد با ارقام ۱ تا ۹ برابر است با:

$$9 \times 9 \times 5 = 405$$

چون امتحان کردن هر قفل، ۲ دقیقه طول می‌کشد، پس حداکثر زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$405 \times 2 = 810 \Rightarrow \frac{810}{60} = 13 \frac{3}{5} \text{ ساعت}$$

(سراسری - ۷۰) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - یادآوری ترکیبیات) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - اعداد را به دو دسته تقسیم می‌کنیم. اعدادی که رقم تکراری ندارند و اعدادی که دو رقم تکراری دارند.

(الف) اعدادی که رقم تکراری ندارند: تعداد عددها در این حالت برابر $3!$ است.

(ب) اعدادی که دو رقم تکراری دارند: تعداد عددها در این حالت برابر است با:

$$3 \times 2 \times \frac{3!}{2!} = 18$$

بنابراین پاسخ برابر است با:

$$6 + 18 = 24$$

(آزاد ریاضی - ۷۹) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - جایگشت با تکرار) (آسان)

۹- گزینه «۳» - پاسخ برابر تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 3$ است؛ یعنی:

$$\text{جواب} = \binom{3+5-1}{5-1} = \binom{7}{4} = 35$$

(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - معادله سیاله) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» - بنابر فرض $\bar{f}_3 = 0/3$ (\bar{f}_1 فراوانی نسبی دسته ۱ام است)، پس:

$$\frac{4+x}{12+4x} = 0/3 \Rightarrow x=2$$

درصد فراوانی نسبی دسته اول را به دست می آوریم:

$$\bar{f}_1 \times 100 = \frac{4}{20} \times 100 = 20\% = \frac{2}{10}$$

یعنی دو بخش از ۱۰ بخش دایره مربوط به دسته [۴, ۹] است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل سوم - درس نمودار فراوانی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» - ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم و چارک‌های اول، دوم و سوم را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 & 9 & 11 & 13 \\ & & \downarrow & & & \downarrow & & & \downarrow & & & \\ & & Q_1 = 2 & & & Q_2 = 3/5 & & & Q_3 = 8/5 & & & \end{array}$$

با حذف داده‌های کوچک‌تر از Q_1 و بزرگ‌تر از Q_3 ، داده‌های جدید به صورت زیر است:

$$2 \quad 2 \quad 2 \quad 4 \quad 5 \quad 8$$

$$\text{در این داده‌ها } \bar{x} = \frac{24}{6} = 4, \quad \delta = \sqrt{\frac{4+4+1+0+1+16}{6}} = \sqrt{\frac{13}{3}}$$

$$CV = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{13}{3}}}{4} = \frac{\sqrt{39}}{12}$$

یعنی ضریب تغییرات $\frac{1}{11}$ برابر عدد $\sqrt{39}$ است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل سوم - ضریب تغییرات) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - از روی نمودار جعبه‌ای به دست می‌آید:

$$107 - 35 = 2x + 2x + x + 3x \Rightarrow 72 = 8x \Rightarrow x = 9$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = 35 + 2x \\ Q_3 = 35 + 5x \end{array} \right\} \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 3x = 3 \times 9 = 27$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل سوم - نمودار جعبه‌ای) (آسان)

۱۳- گزینه «۱» - (هویدی) (پایه یازدهم - فصل چهارم - مفهوم برآمد، آماره پارامتر) (آسان)