

ریاضی ۲

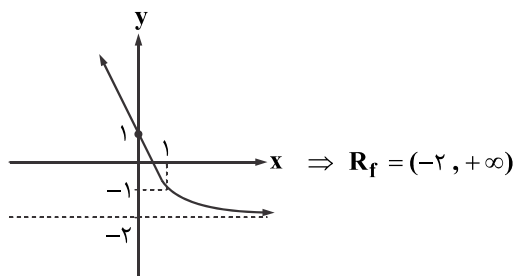
۱- گزینه «۴» -

$$f(x) = \frac{1}{r} \times r^x + 1 \Rightarrow f(x) = r^{x-1} + 1$$

(تندرو) (فصل پنجم - درس سوم - نمودار تابع نمایی) (آسان)

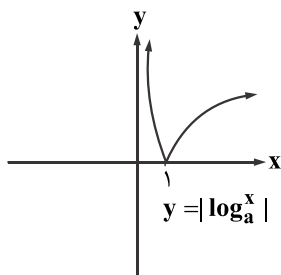
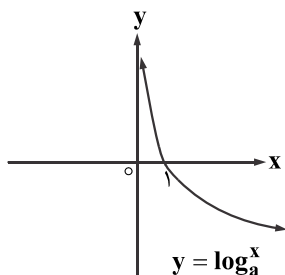
۲- گزینه «۳» -

$$f(x) = r \times \left(\frac{1}{r}\right)^x - r$$



(تندرو) (فصل پنجم - درس سوم - نمودار تابع نمایی) (آسان)

۳- گزینه «۱» -



(تندرو) (فصل پنجم - درس سوم - نمودار - تابع لگاریتمی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} f(2) = 0 &\Rightarrow 0 = a + \log_r(2-b) \\ f(5) = 2 &\Rightarrow 2 = a + \log_r(5-b) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 = \log_r(5-b) - \log_r(2-b) \Rightarrow \log_r \frac{5-b}{2-b} = 2$$

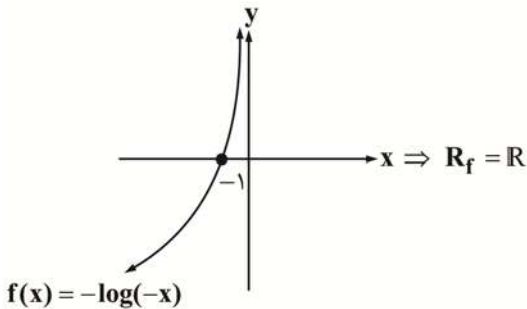
$$\Rightarrow \frac{5-b}{2-b} = r^2 \Rightarrow 5-b = r^2(2-b) \Rightarrow b = 1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 0 = a + \log_r(2-1) \Rightarrow 0 = a + \log_r 1 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow b-a = 1-0 = 1$$

(تندرو) (فصل پنجم - درس سوم - نمودار - تابع لگاریتمی) (متوسط)

$$-x > 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0)$$

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{-x} \log(-x) \Rightarrow f(x) = -\log(-x)$$



(تندرو) (فصل پنجم - درس سوم - نمودار - تابع لگاریتمی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - مطابق با کتاب درسی، اگر بزرگی زلزله‌ای برابر با M در مقیاس ریشتر باشد، انرژی آزاد شده آن زلزله برابر با E در واحد ارگ است:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

$$\left. \begin{array}{l} \log E_1 = 11/8 + 1/5 M_1 \\ \log E_2 = 11/8 + 1/5 (M_1 + 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \log E_2 - \log E_1 = 1/5 \Rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1/5 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10^{1/5} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10\sqrt[5]{10}$$

(تندرو) (فصل پنجم - درس سوم - کاربرد تابع لگاریتمی) (متوسط)

۷- گزینه «۳» - یک تابع زمانی در یک نقطه حد دارد که حد چپ و راست آن در آن نقطه با هم برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

(تندرو) (فصل ششم - درس اول - فرآیند حدی) (آسان)

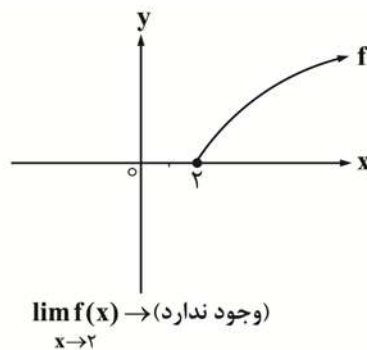
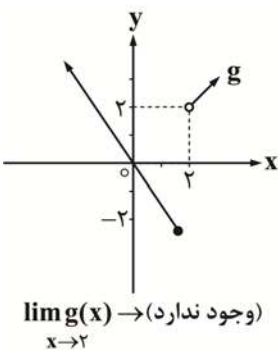
۸- گزینه «۴» - (تندرو) (فصل ششم - درس اول - فرآیند حدی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \rightarrow \text{وجود ندارد} \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \rightarrow \text{وجود ندارد}$$

(تندرو) (فصل ششم - درس اول - فرآیند حدی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -



(تندرو) (فصل ششم - درس اول - فرآیند حدی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2a) = 1 + 2a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax - 1) = a - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + 2a - (a - 1) = -1 \Rightarrow a + 2 = -1 \Rightarrow a = -3$$

(تندرو) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (متوسط)

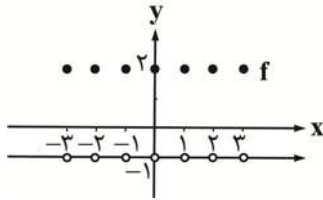
۱۲- گزینه «۲» -

$$x \rightarrow 1^+ \Rightarrow \frac{1}{2x-1} \Rightarrow 1^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f\left(\frac{1}{2x-1}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

(تندرو) (فصل ششم - درس اول - مفهوم حد) (دشوار)

۱۳- گزینه «۳» -



$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x) = -2$$

(تندرو) (فصل ششم - درس اول - مفهوم حد) (دشوار)

۱۴- گزینه «۳» -

اگر f و g در $x = a$ حد داشته باشند، در این صورت $f + g$ در $x = a$ حد دارد.

اگر f در $x = a$ حد داشته باشد ولی g در $x = a$ حد نداشته باشد، در این صورت $f + g$ در $x = a$ حد ندارد.

اگر f و g هر دو در $x = a$ حد نداشته باشند، در این صورت $f + g$ ممکن است در $x = a$ حد داشته باشد و ممکن است حد نداشته باشد.

(تندرو) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (دشوار)

۱۵- گزینه «۱» -

$$x \Rightarrow 1^+ \Rightarrow [x] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x[x]-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$$

(تندرو) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$x \Rightarrow (-2)^- \Rightarrow |x| = -x$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{|x|x-x+2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-x^2-x+2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-(x+2)(x-1)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (1-x) = 3$$

(تندرو) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (متوسط)

۱۷- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} = 1 + \sin \frac{\pi}{2} = 2$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» - باید عامل صفر صورت و مخرج با هم یکسان باشند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{a\left(x+\frac{b}{a}\right)(x+\sqrt{2x})} = 2$$

$$x-2 = x + \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = -2 \Rightarrow b = -2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{a(x+\sqrt{2x})} = \frac{1}{2a} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{-1}{4}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (دشوار)

۱۹- گزینه «۴» -

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-1} & x > -1 \\ \frac{-(x+1)}{x^2-1} & x < -1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+1}{x^2-1} - \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-(x+1)}{x^2-1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} - \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{-2} - \frac{-1}{-2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

(کتاب همراه علوی) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (دشوار)

۲۰- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-10}{\sqrt{x+4}-3} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{در مزدوج مخرج ضرب می کنیم.}} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(2x-10)(\sqrt{x+4}+3)}{(\sqrt{x+4}-3)(\sqrt{x+4}+3)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2(x-5)(\sqrt{x+4}+3)}{x+4-9} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 \cancel{(x-5)} (\sqrt{x+4}+3)}{\cancel{(x-5)}} = \frac{2(\sqrt{5+4}+3)}{1} = \frac{2(3+3)}{1} = 12$$

(کتاب همراه علوی) (فصل ششم - درس دوم - محاسبه حد توابع) (دشوار)