

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۳» - نمودار داده شده، نمودار یک تابع پلکانی است. تابع پلکانی یک تابع چندضابطه‌ای است که در هر ضابطه مقدار تابع عددی ثابت است.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 1 \leq x \leq 2 \\ -2 & x < -3 \\ 2 & -2 < x \leq -1 \end{cases}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - تابع پلکانی) (متوسط)

۲- گزینه «۱» - تابع $y = \text{sign}(x)$ را تابع علامت می‌نامند و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \Rightarrow \text{اگر } \text{sign}(x) = -1 \Rightarrow x < 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$x < 0: \text{گزینه «۴»} / 1 - \sqrt{3} = -0.7 \Rightarrow x < 0: \text{گزینه «۳»} / x < 0: \text{گزینه «۲»} / x = 0: \text{گزینه «۱»}$$

بنابراین گزینه «۱» صحیح است.

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - تابع علامت) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - تابعی که به هر عدد صحیح k خود همان عدد و به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت دهد تابع جزء صحیح می‌نامند. ضابطه آن به صورت $y(x) = [x]$ می‌باشد.

$$x = -1/8 \\ [2x] = [2 \times (-1/8)] = [-3/6] = -4 \quad -4 \leq -3/6 < -3$$

$$[\frac{1}{3}x] = [\frac{1}{3}(-1/8)] = [-1/6] = -1 \quad -1 \leq -1/6 < 0$$

$$[-x] = [-(-1/8)] = [1/8] = 1 \quad 1 \leq 1/8 < 2$$

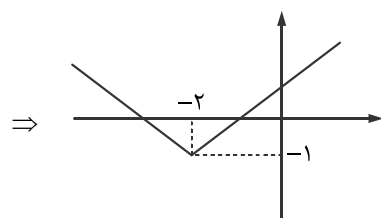
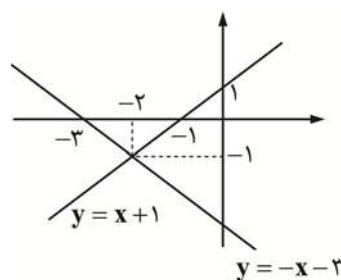
$$\Rightarrow [2x] - [\frac{1}{3}x] + [-x] = -4 - (-1) + 1 = -4 + 1 + 1 = -2$$

(اکبری) (فصل دوم - درس دوم - تابع جزء صحیح) (دشوار)

۴- گزینه «۲» - با توجه به تعریف قدرمطلق:

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

$$y = |x+2| - 1 \Rightarrow y = \begin{cases} (x+2) - 1 & x+2 \geq 0 \\ -(x+2) - 1 & x+2 < 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} x+1 & x \geq -2 \\ -x-3 & x < -2 \end{cases}$$



بنابراین گزینه «۲» صحیح است. (اکبری) (فصل دوم - درس دوم - تابع قدرمطلق) (دشوار)

۵- گزینه «۳» -

$$D_f = \{-2, 0, 1\} \quad D_g = \{1, -2, 0\} \Rightarrow D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{0, 1\}$$

$$f = \{(0, -1), (1, 2)\} \quad g = \{(0, 1), (1, 2)\}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f-g)(0) = f(0) - g(0) = -1 - 1 = -2 \Rightarrow (f-g) = \{(0, -2), (1, 1)\}$$

$$(f-g)(1) = f(1) - g(1) = 2 - 2 = 0$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۶- گزینه «۱» -

$$f(x) = x^2 - 2 \quad D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = x + 2 \quad D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 2}{x + 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = x - 2 \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = x - 2 \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(3) = 3 - 2 = 1$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۷- گزینه «۴» -

$$f(x) = x + 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g \Rightarrow D_{f \times g} = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \Rightarrow (f \times g)(x) = (x+1) \times \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f \times g \text{ ضابطه } (*)$$

(*) با استفاده از ضابطه نیز می توان به جواب رسید. (اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (آسان)

۸- گزینه «۳» -

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \Rightarrow (f+g)(x) = -x-1 = -(x+1) \Rightarrow -(x+1) = (x+1)(x-3) + g(x) \Rightarrow g(x) = -(x+1) - (x+1)(x-3)$$

$$g(x) = (x+1)[-1 - (x-3)] = (x+1)[-1 - x + 3] = (x+1)(-x+2) \Rightarrow g(x) = -(x+1)(x-2)$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$D_f = \{1, -1, 2\} \quad D_g = \{3, -2, 1\}$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{1, -1, 2\} \cap \{3, -2, 1\} = \{1\}$$

بنابراین مؤلفه اول تابع $f \times g$ برابر ۱ می باشد:

$$f : (1, 2) \\ g : (1, -4) \Rightarrow f \times g = \{(1, 2 \times (-4))\} = \{(1, -8)\}$$

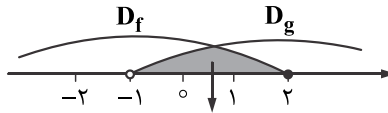
(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$D_f : x \leq 2$$

$$D_g : x > -1 \Rightarrow$$



$$D_f \cap D_g$$

$$D_{f+g} = -1 < x \leq 2$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)