

۶۷- عکس گزاره «اگر ۲۵ عدد مربع کامل نیست، آن گاه ۱۳ عدد مرکب است.» کدام است؟

- (۱) اگر ۱۳ عدد مرکب نیست، آن گاه ۲۵ عدد مربع کامل است.
 (۲) اگر ۱۳ عدد مرکب است، آن گاه ۲۵ عدد مربع کامل نیست.
 (۳) اگر ۲۵ عدد مربع کامل نیست، آن گاه ۱۳ عدد مرکب نیست.
 (۴) اگر ۲۵ عدد مربع کامل است، آن گاه ۱۳ عدد مرکب نیست.

۶۸- عکس کدام گزاره شرطی، درست نیست؟

- (۱) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن گاه قطرهای آن همدیگر را نصف می کنند.
 (۲) اگر دو زاویه از مثلثی با هم برابر باشند، آن گاه مثلث متساوی الساقین است.
 (۳) اگر در نمودار دایره‌ای زاویه دو دسته برابر باشد، آن دو دسته فراوانی‌های برابر دارند.
 (۴) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر میانگین دو داده وسط است.

۶۹- گزاره «عدد ۱ اول است.» هم‌ارز کدام گزاره است؟

- (۱) نمونه، زیرمجموعه جامعه آماری است.
 (۲) $y = x^2$ معادله یک سهمی است.
 (۳) $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$
 (۴) آمارها همواره ثابت هستند.

۷۰- کدام هم‌ارزی درست است؟

- (۱) $(-a^2 > 0) \equiv (|a| > 0)$
 (۲) $(\frac{1}{p} \in \mathbb{R}) \equiv (\sqrt{q} \in \mathbb{Q}^c)$
 (۳) $(\sqrt{(-3)^2} = -3) \equiv (3^0 = 0)$
 (۴) $(\frac{3}{5} > \frac{1}{2}) \equiv -\frac{1}{3} > -\frac{1}{4}$

۷۱- نقیض گزاره «من ورزش می‌کنم یا خوب درس می‌خوانم.» کدام است؟

- (۱) من ورزش نمی‌کنم یا خوب درس نمی‌خوانم.
 (۲) من ورزش نمی‌کنم و خوب درس می‌خوانم.
 (۳) من ورزش می‌کنم یا خوب درس نمی‌خوانم.
 (۴) من ورزش نمی‌کنم و خوب درس نمی‌خوانم.

۷۲- عکس نقیض گزاره «اگر a کوچک‌تر از ۴ است، آن گاه a بزرگ‌تر یا مساوی ۵ نیست.» کدام است؟

- (۱) اگر $a > 5$ ، آن گاه $a > 4$
 (۲) اگر $a \geq 4$ ، آن گاه $a \geq 5$
 (۳) اگر $a > 5$ ، آن گاه $a \geq 4$
 (۴) اگر $a \geq 5$ ، آن گاه $a > 4$

۷۳- هم‌ارز گزاره $(p \vee \sim p) \Rightarrow q$ کدام است؟

- (۱) T
 (۲) p
 (۳) F
 (۴) q

۷۴- هم‌ارز گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge \sim p$ کدام است؟

- (۱) p
 (۲) q
 (۳) $\sim p$
 (۴) $\sim q$

۷۵- گزاره $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

- (۱) p
 (۲) $\sim q$
 (۳) q
 (۴) $\sim p$

۷۶- هم‌ارز گزاره $p \Leftrightarrow \sim p \vee (\sim q \Rightarrow p)$ کدام است؟

- (۱) F
 (۲) p
 (۳) T
 (۴) $\sim p$

۷۷- ارزش گزاره $(q \vee (\sim p \Rightarrow \sim q)) \wedge (p \Rightarrow p)$ کدام است؟

- (۱) درست
 (۲) به ارزش p بستگی دارد.
 (۳) به ارزش q بستگی دارد.
 (۴) نادرست

۷۸- هم‌ارز گزاره $(p \Leftrightarrow q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$ کدام است؟

- (۱) $\sim p \wedge q$
 (۲) $\sim (p \vee q)$
 (۳) $p \vee q$
 (۴) $\sim (p \wedge q)$

۷۹- هم‌ارز گزاره «اگر a عدد اول است، آن گاه a عدد فرد است.» کدام نیست؟ ($a \neq 1$)

- (۱) a عدد مرکب است یا a عدد فرد است.
 (۲) اگر a عدد زوج است، آن گاه a عدد مرکب است.
 (۳) T
 (۴) F

۸۰- هم‌ارز نقیض گزاره $p \vee (p \Rightarrow q)$ کدام است؟

- (۱) $\sim p \wedge \sim q$
 (۲) F
 (۳) T
 (۴) $\sim q$

۸۱- عکس نقیض گزاره شرطی $(p \wedge q) \vee p \Rightarrow (q \wedge \sim p)$ کدام است؟

- (۱) $\sim q \vee p \Rightarrow \sim p \vee \sim q$
 (۲) $\sim q \vee p \Rightarrow \sim p$
 (۳) $\sim q \vee \sim p \Rightarrow \sim p$
 (۴) $\sim q \vee \sim p \Rightarrow \sim q$

۸۲- کدام گزاره، هم‌ارز p نیست؟

- (۱) $\sim p \Rightarrow p$
 (۲) $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
 (۳) $p \Rightarrow p$
 (۴) $p \vee (p \wedge q)$

حواسمان به عبارت‌هایی مثل $2(a+b)$ هم باشد که حتماً ۴ را در هر دو عامل داخل پرانتز، ضرب کنیم $(4a+4b)$ نه این‌که بنویسیم $4a+b$.

همیشه یادهمونه

* اولین گام برای استدلال ریاضی، نوشتن عبارت توصیفی به زبان ریاضی است.

۱ مقدمه: $p \Rightarrow q$

قیاس استثنایی \leftarrow $\frac{p \text{ مقدمه ۲: } p}{\therefore q}$ یا $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

استدلال ریاضی

عکس نقیض \leftarrow به جای اثبات $p, p \Rightarrow q \Rightarrow \sim q$ را اثبات می‌کنیم.

۱ مقدمه: $p \Rightarrow q$

مغالطه: شکل نادرست قیاس استثنایی \leftarrow $\frac{q \text{ مقدمه ۲: } q}{\therefore p}$

کشف محل اشکال در یک استدلال: }
 ۱. سطر به سطر مراحل محاسبات را بررسی می‌کنیم.
 ۲. موارد بنیادی را که در حل معادلات یا نامعادلات یا محاسبات ریاضی اشتباه کرده‌ایم، کشف کنیم.

۸۹- نماد ریاضی عبارت «مجموع یک عدد با ۳ برابر آن عدد، مساوی مربع آن عدد منهای ۲ است.» کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad x^2 + 4x - 2 &= 0 \\ (2) \quad x^2 - 4x + 2 &= 0 \\ (3) \quad x^2 - 4x - 2 &= 0 \\ (4) \quad -x^2 + 4x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

۹۰- عبارت $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a+b+c)$ معادل کدام است؟

- ۱) مجموع مربعات سه عدد به‌اضافه سه، بزرگ‌تر یا مساوی مجموع مربع سه عدد است.
- ۲) مربع مجموع سه عدد به‌اضافه سه، بزرگ‌تر یا مساوی، دوبرابر مجموع سه عدد است.
- ۳) مجموع مربعات سه عدد به‌اضافه سه، بزرگ‌تر یا مساوی، دوبرابر مجموع سه عدد است.
- ۴) مربع مجموع سه عدد به‌اضافه سه، بزرگ‌تر یا مساوی، مجموع سه عدد است.

۹۱- نماد ریاضی گزاره «هر عددی که نامنفی نیست، کوچک‌تر یا مساوی معکوس خود است.» کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad x < 0, \quad \frac{1}{x} \leq x \\ (2) \quad x \geq 0, \quad \frac{1}{x} \geq x \\ (3) \quad x \geq 0, \quad \frac{1}{x} \leq x \\ (4) \quad x < 0, \quad \frac{1}{x} \geq x \end{aligned}$$

۹۲- عبارت «اگر (-3) برابر عددی را در مجذور ۲ ضرب کنیم و حاصل را ابتدا به توان ۲ رسانده و سپس با $\frac{1}{4}$ همان عدد جمع کنیم، آن‌گاه برابر مربع عدد (-1) می‌شود.» با نماد ریاضی کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad -144a^2 + \frac{1}{4}a &= 1 \\ (2) \quad 144a^2 + \frac{1}{4}a &= -1 \\ (3) \quad 144a^2 + \frac{1}{4}a &= 1 \\ (4) \quad -144a^2 + \frac{1}{4}a &= -1 \end{aligned}$$

۹۳- استدلال‌های زیر، به ترتیب چگونه‌اند؟

۱ مقدمه: $x > y, z < 0 \Rightarrow xz < yz$

۲ مقدمه: $-12 < -8$

الف) $\therefore 3 > 2$

ب) شیب آن صفر است. \Rightarrow خط d موازی محور x ها است. مقدمه ۱

۲ مقدمه: $d: x = 2$

\therefore شیب خط $d = 0$

- ۱) نادرست - نادرست (۲) نادرست - درست (۳) درست - نادرست (۴) درست - درست

۹۴- کدام استدلال درست است؟

(۱) اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه برابر داده وسط است.

میانه برابر داده وسط است.

∴ تعداد داده‌ها فرد است.

(۲) اگر در متغیرها، نسبت مقادیر، بامعنا باشد، آن‌گاه متغیر کمی نسبتی است.

نسبت وزن دو نفر بامعنا است.

∴ وزن، متغیر کمی نسبتی است.

(۳) اگر در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، $a < 0$ باشد، آن‌گاه سهمی رو به پایین است.

در سهمی $y = 2x^2 + x - 4$ ، $a = 2 < 0$ نیست.

∴ سهمی $y = 2x^2 + x - 4$ رو به پایین نیست.

(۴) اگر مثلث متساوی‌الساقینی یک زاویه 60° داشته باشد، آن‌گاه مثلث متساوی‌الاضلاع است.

مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

∴ مثلث ABC متساوی‌الساقین با یک زاویه 60° است.

۹۵- استدلال مغالطه کدام است؟

$$(p \Rightarrow q) \vee q \Rightarrow p \quad (1) \quad ((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q \quad (2) \quad ((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p \quad (3) \quad ((p \Rightarrow q) \vee p) \Rightarrow q \quad (4)$$

۹۶- در مقدمه ۱ یک مغالطه، گزاره «اگر عددی بر ۱۰ بخش پذیر باشد، آن‌گاه بر ۵ نیز بخش پذیر است.» آمده است. نتیجه این مغالطه کدام است؟

(۱) عدد بر ۵ بخش پذیر است. (۲) عدد بر ۱۰ بخش پذیر نیست. (۳) عدد بر ۵ بخش پذیر نیست. (۴) عدد بر ۱۰ بخش پذیر است.

۹۷- اگر در قیاس استثنایی، مقدمه ۱ به صورت $p \vee (q \wedge p) \Rightarrow \sim q$ باشد، آن‌گاه مقدمه ۲ کدام است؟

$$p \quad (1) \quad \sim q \quad (2) \quad \sim p \quad (3) \quad q \quad (4)$$

۹۸- استدلال‌های زیر، به ترتیب چگونه است؟

(الف) اگر ماه مهر تمام شود، آن‌گاه ما به اردو می‌رویم. ما به اردو نرفته‌ایم، پس ماه مهر تمام نشده است.

(ب) اگر مریم با سارا دوست شود، آن‌گاه مینا با مریم قهر می‌کند. مینا با مریم قهر کرده است، پس مریم با سارا دوست شده است.

(۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

۹۹- طبق قضیه فیثاغورس داریم: «اگر مثلث ABC قائم‌الزاویه باشد، آن‌گاه $a^2 = b^2 + c^2$ است.» حال در یک استدلال درست، نتیجه

گرفته‌ایم که مثلث ABC قائم‌الزاویه نیست. مقدمه دوم این استدلال کدام بوده است؟

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (1) \quad \text{مثلث ABC قائم‌الزاویه است.} \quad (2) \quad \text{مثلث ABC قائم‌الزاویه نیست.} \quad (3) \quad a^2 \neq b^2 + c^2 \quad (4)$$

۱۰۰- کدام یک از گزاره‌های زیر را با استدلال عکس نقیض می‌توان اثبات کرد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) اگر دو عدد گنگ را با هم جمع کنیم، حاصل عددی گنگ است.

(۲) اگر ۳ واحد به سه برابر عدد فردی اضافه کنیم، عدد حاصل، مضرب ۶ است.

(۳) اگر n^2 مضربی از ۳ باشد، آن‌گاه n نیز مضربی از ۳ است.

(۴) اگر a عدد فردی باشد، آن‌گاه $a^2 + 1$ عددی زوج است.

۱۰۱- کدام یک از گزاره‌های زیر، تنها با عکس نقیض ثابت نمی‌شود؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) اگر n^2 فرد باشد، آن‌گاه n نیز فرد است.

(۲) اگر a گویا و b گنگ باشد، آن‌گاه $a + b$ گنگ است.

(۳) اگر a و b دو عدد فرد باشند، آن‌گاه مجموع آن‌ها عددی زوج است.

(۴) اگر n^2 مضربی از ۵ باشد، آن‌گاه n هم مضرب ۵ است.

۱۰۲- ۵ لیوان داریم که به صورت روبه‌رو قرار گرفته‌اند:



اگر در هر بار حرکت، مجاز به انجام ۳ تغییر وضعیت در لیوان‌ها باشیم، پس از حداقل چند حرکت، تمام

لیوان‌ها وارونه خواهند شد؟

(۴) امکان پذیر نیست.

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۲