

اصلاحیه

- ✍ فصل هفتم - بخش ۲ تستی - سوال ۲۴ گزینه ۲ صحیح است.
- ✍ فصل هفتم - بخش ۳ تستی - سوال ۱۶ گزینه ۱ صحیح است.
- ✍ فصل هفتم - آزمون پایان فصل - سوال ۱۸ گزینه ۴ صحیح است.
- ✍ فصل هفتم - آزمون پلاس - سوال ۸ گزینه ۱ صحیح است.

متوسط

-۳

در ریختن تاس و سکه فضای نمونه‌ای از رابطه $n(S) = 2 \times 6 = 12$ به دست می‌آید:

حرف اضافه «و» به نشانه اشتراک بودن است پس زوج مرتب‌های شامل هر دو ویژگی نیاز است.

$$\bar{A} = \{(2, پ), (4, پ), (6, پ)\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

حرف «یا» به نشانه حداقل یک ویژگی است پس تمام زوج مرتب‌ها شامل حداقل یک ویژگی نوشته شود.

$$B = \{(2, ر), (2, پ), (4, ر), (4, پ), (6, ر), (6, پ), (1, پ), (3, پ), (5, پ)\}$$

$$P(B) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

آسان

-۴

حواستون باشه! دو مجموعه زمانی ناسازگارند که اشتراک آن‌ها تهی باشد.

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow \text{مجموعه } A \text{ و } B \text{ ناسازگار} \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

مجموعه A و B اشتراکی ندارند پس ناسازگار هستند.

دشوار

-۵

$$\text{۳ مهره از جعبه خارج کردن به معنای } n(S) = \binom{7}{3} = 35 \text{ است.}$$

$$\bar{A} = \binom{3}{3} + \binom{4}{3} = 1 + 4 = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

۱ مهره سبز و ۲ مهره قرمز یا ۱ مهره قرمز و ۲ مهره سبز (ب)

$$\binom{3}{3} \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \binom{3}{1} = 3 \times 4 + 6 \times 3 = 12 + 18 = 30 \Rightarrow P(C) = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

آسان

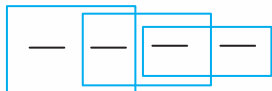
-۶

کلمه جهانگردی دارای ۸ حرف است پس $n(S) = 8!$

$$\bar{A} = \boxed{\text{دی}} \Rightarrow P(A) = \frac{7! \times 2!}{8!} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } 3 \times 2! \times P(6, 2) = 3 \times 2 \times \frac{6!}{4!} = 6 \times 6 \times 5 = 180$$

$$P(B) = \frac{180}{8!}$$



متوسط

-۱

خانواده دارای ۴ فرزند دارای $n(S) = 2^4 = 16$ عضو در فضای نمونه‌ای است.

$$\bar{A} = \{(د د د د), (د د پ د), (د پ د د), (پ د د د)\}$$

$$P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } B = \{(پ د د پ), (پ د پ د), (پ پ د د), (پ پ پ د), (پ پ د پ), (پ د پ پ), (د پ پ پ), (د پ پ پ)\}$$

$$P(B) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\text{پ) } C = \{(پ پ پ د), (پ پ د پ), (پ د پ پ), (پ پ پ پ), (پ پ پ پ), (پ پ پ پ), (پ پ پ پ), (پ پ پ پ)\}$$

$$P(C) = \frac{5}{16}$$

۴ فرزند دختر یا ۳ فرزند دختر یا ۲ فرزند دختر = حداقل ۲ فرزند دختر: D

صفر فرزند دختر یا ۱ فرزند دختر $\rightarrow$ متمم

ما متمم مجموعه را پیدا کرده و از کل کم می‌کنیم.

$$D' = \{(پ پ پ پ), (پ پ پ د), (پ پ د پ), (پ د پ پ), (پ پ پ د), (پ پ د پ), (پ د پ پ), (پ د پ پ)\}$$

$$16 - 5 = 11$$

$$P(D) = \frac{11}{16}$$

متوسط

-۲

نکات این سؤال را به خاطر بسپارید.

آ) در ریختن دو تاس مجموع دو تاس از ۲ تا ۱۲ تغییر می‌کند که تعداد زوج مرتب‌های آن‌ها از ۲ تا ۷ از رابطه $n - 1$ و تعداد زوج مرتب‌های ۸ تا ۱۲ از رابطه $n - 13$ به دست می‌آید پس در این تست چون مجموع دو تاس ۶

باشد شامل ۵ زوج مرتب و در نتیجه احتمال آن $P(A) = \frac{5}{36}$ خواهد بود.

ب) در ریختن دو تاس احتمال مضرب n از رابطه $\frac{1}{n}$ به دست می‌آید (بجز

استثنا ۵) پس در این سؤال احتمال مضرب ۲ از رابطه $\frac{1}{2}$ به دست می‌آید.



آسان

۱- گزینه «۲»

مهره اول تأثیری در احتمال ندارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{\frac{5 \times 4}{2}}{\frac{11 \times 10}{2}} = \frac{2}{11}$$

آسان

۲- گزینه «۲»

مهره اول تأثیری در احتمال ندارد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{10} = 0.6$$

متوسط

۳- گزینه «۳»

چیدن کنار هم با فاکتوریل بیان می‌شود.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5! \times 3! \times 2!}{8!} = \frac{3 \times 2 \times 2}{8 \times 7 \times 6} = \frac{1}{28}$$

متوسط

۴- گزینه «۳»

با استفاده از اصل متمم از کل حالت‌ها (کنار هم بوده‌اند) را کم می‌کنیم.

$$10! - 2! \times 9! = 10 \times 9! - 2 \times 9! = 9! (10 - 2) = 9! \times 8$$

$$P(A) = \frac{9! \times 8}{10!} = \frac{\cancel{9!} \times 8}{10 \times \cancel{9!}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

دشوار

۵- گزینه «۱»

ابتدا برای فضای نمونه تمام اعدادی که می‌توان با این ۵ رقم غیرتکراری

ساخت حساب می‌کنیم.

$$n(S) = \begin{matrix} \text{پنج رقمی} \\ 5 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{چهار رقمی} \\ 5 \times 4 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{سه رقمی} \\ 5 \times 4 \times 3 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{دو رقمی} \\ 5 \times 4 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{یک رقمی} \\ 5 \end{matrix}$$

حال تمام اعداد یک رقمی تا پنج رقمی بخش‌پذیر بر ۴ را حساب می‌کنیم:

$$n(A) = \begin{matrix} \text{پنج رقمی} \\ 1 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{چهار رقمی} \\ 3 \times 4 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{سه رقمی} \\ 2 \times 3 \times 4 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{دو رقمی} \\ 1 \times 2 \times 3 \times 4 \end{matrix} + \begin{matrix} \text{یک رقمی} \\ \{4\} \end{matrix}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{5}$$

حواستون باشه! اعدادی بر ۴ بخش‌پذیرند که دو رقم سمت راست آن‌ها بر ۴

بخش‌پذیر باشد.

آسان

۷-

۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ یا ۱۰ $\Rightarrow$ حداکثر ۱۰ باشد

بجای محاسبه همه این موارد از اصل متمم استفاده کرده و

$$33 = 36 - (1 + 2) = 36 - 3 = 33 \quad (\text{مجموع دو تاس ۱۱ یا ۱۲ باشد}) - \text{کل}$$

$$P(C) = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$$

متوسط

۸-

$$n(S) = \binom{7}{3} = 35$$

۲ مهره آبی یا ۱ مهره آبی = حداقل ۱ مهره آبی = پیشامد A

$$n(A) = \binom{3}{1} \binom{4}{1} + \binom{3}{2} = 12 + 3 = 15 \Rightarrow P(A) = \frac{15}{35}$$

$$n(B) = \binom{3}{1} \binom{4}{1} = 3 \times 4 = 12 \Rightarrow P(B) = \frac{12}{35}$$

اشتراک این دو پیشامد حالتی است که ۱ مهره آبی و ۱ مهره قرمز باشد:

$$n(A \cap B) = 12$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{15}{35}$$

آسان

۹-

(آ) فقط $A - B \leftarrow A$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} - \frac{6}{10} = \frac{1}{10}$$

(ب) فقط یکیشون $\leftarrow$ یا فقط A یا فقط B $\leftarrow$ تفاضل متقارن

$$P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$\text{یا } P(A - B) + P(B - A)$$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{6}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$

آسان

۱۰-

یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری یعنی انتخاب‌های فضای نمونه بصورت

$$n(S) = \binom{12}{1} \binom{11}{1} \binom{10}{1} = 12 \times 11 \times 10$$

اینکه بدون جایگذاری هر سه مهره سبز باشد:

$$n(A) = \binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 5 \times 4 \times 3$$

$$P(A) = \frac{\cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3}}{\cancel{12} \times 11 \times \cancel{10}} = \frac{1}{22}$$



متوسط

-۱

حواستون باشه! جمله بعد از اگر، شرط مسئله است.

$$A = \text{دچار نقص فنی نشود}$$

$$B = \text{به خط پایان رسیدن}$$

$$P(A \cap B) = ۰/۷$$

$$P(A) = ۰/۸$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{۰/۷}{۰/۸} = \frac{۷}{۸}$$

متوسط

-۲

$$A = \text{هر سه عدد زوج باشد}$$

$$B = \text{مجموع آن‌ها زوج باشد}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{4}{3} + \binom{5}{2} \binom{4}{1}} = \frac{۴}{۴ + ۴۰} = \frac{۴}{۴۴} = \frac{۱}{۱۱}$$

حواستون باشه! هر سه عدد بین ۱ تا ۹ بخواند زوج باشد باید سه عدد از بین $\{۸, ۶, ۴, ۲\}$ انتخاب شود.

همچنین مجموع سه عدد زمانی زوج خواهد بود که یا هر سه زوج باشد یا دو عدد فرد و یک عدد زوج باشد.

متوسط

-۳

$$A = \text{بردن اصلی‌ترین رقیب}$$

$$P(A) = \frac{۱}{۶}$$

$$B = \text{قهرمان شدن}$$

$$P(B) = \frac{۱}{۴}$$

$$P(B|A) = \frac{۱}{۳}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{۱}{۶}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۶} = ۳P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۱۸}$$

حواستون باشه! کلمه حداقل از سال دهم به معنای اجتماع دو مجموعه است پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B)$$

$$= \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۸} = \frac{۶ + ۹ - ۲}{۳۶} = \frac{۱۳}{۳۶}$$

دشوار

۶- گزینه «۴»

$$n(S) = \text{یک رقمی} + \text{دو رقمی} + \text{سه رقمی} + \text{چهار رقمی} + \text{پنج رقمی} = ۵ + ۵ \times ۴ + ۵ \times ۴ \times ۳ + ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ + ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$$

$$n(A) = \text{یک رقمی} + \text{دو رقمی} + \text{سه رقمی} + \text{چهار رقمی} + \text{پنج رقمی} = \frac{۱}{\{۳\}} + \frac{۸}{\begin{Bmatrix} ۱۲, ۲۱ \\ ۱۵, ۵۱ \\ ۲۴, ۴۲ \\ ۴۵, ۵۴ \end{Bmatrix}} + \frac{۴ \times ۳!}{\begin{Bmatrix} ۱۲۳ \rightarrow ۳! \\ ۲۳۴ \rightarrow ۳! \\ ۳۴۵ \rightarrow ۳! \\ ۱۳۵ \rightarrow ۳! \end{Bmatrix}} + \frac{۱ \times ۴!}{\{۱۲۴۵\}} + \frac{۵!}{\{۱۲۳۴۵ \rightarrow ۵!\}}$$

$$P(A) = \frac{۱۷۷}{۳۲۵}$$

دشوار

۷- گزینه «۴»

$$\frac{۱}{۴} \times ۰ + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۸} = \frac{۳}{۸}$$

متوسط

۸- گزینه «۲»

$$A = \{(۳, ۴), (۴, ۳), (۱, ۶), (۶, ۱)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

دشوار

۹- گزینه «۳»

وقتی گفته شده است که عدد سوم ۱۰ باشد یعنی در دو عدد قبل از آن عدد انتخابی ۱۰ نبوده است.

$$P(A) = \frac{n-۱}{n} \times \frac{n-۲}{n-۱} \times \frac{۱}{n-۲} = \frac{۱}{n} = \frac{۱}{۱۵} \Rightarrow n = ۱۵$$

در بین اعداد ۱ تا ۱۵ اعدادی که مضرب ۳ هستند $\{۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵\}$ پس:

$$P(B) = \frac{۱۰}{۱۵} \times \frac{۹}{۱۴} \times \frac{۵}{۱۳} = \frac{۱۵}{۹۱}$$

مضرب ۳ نیست مضرب ۳ نیست مضرب ۲ هست

دشوار

۱۰- گزینه «۳»

ابتدا از روی معادله درجه دوم داده شده می‌دانیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4(n) = m^2 - 4n > 0 \Rightarrow m^2 > 4n$$

حال باید حالت‌بندی کنیم برای m و n :

برای $m=۱$ و $m=۲$ حالتی برای n نخواهیم داشت پس:

$$m=۳ \rightarrow n=۱ یا ۲ \Rightarrow ۹ > ۴, ۹ > ۸ \Rightarrow \text{حالت ۲}$$

$$m=۴ \rightarrow n=۱ یا ۲ یا ۳ \Rightarrow ۱۶ > ۴, ۱۶ > ۸, ۱۶ > ۱۲ \Rightarrow \text{حالت ۳}$$

$$m=۵ \rightarrow n=۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ \Rightarrow \text{حالت ۶}$$

$$m=۶ \rightarrow n=۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ \Rightarrow \text{حالت ۶}$$

$$P(A) = \frac{۱۷}{۳۶} \text{ مجموع } ۱۷ \text{ حالت پس}$$

آسان

-۸

حواستون باشه‌ها!

احتمال قهرمانی فوتبال و والیبال پیشامدهای مستقل هستند.

$$P(A) = ۰/۵$$

$$P(B) = ۰/۸$$

پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) = ۰/۵ \times ۰/۸ = ۰/۴$$

اجتماع $\Rightarrow$ کلمه حداقل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= ۰/۵ + ۰/۸ - ۰/۴ = ۰/۹$$

متوسط

-۹

مجموع دو تاس ۵ شود (آ)

$$A = \{(۱,۴) (۴,۱) (۲,۳) (۳,۲)\} \Rightarrow P(A) = \frac{۴}{۳۶} = \frac{۱}{۹}$$

در پرتاب اولین تاس عدد ۲ ظاهر شود:

$$B = \{(۲,۱) (۲,۲) (۲,۳) (۲,۴) (۲,۵) (۲,۶)\} \Rightarrow P(B) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

 $A \cap B = \{(۲,۲)\}$ اولین تاس عدد ۲ ظاهر و مجموع ۵ باشد

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۳۶}$$

$$P(A) \times P(B) = \frac{۱}{۹} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۵۴} \neq P(A \cap B) = \frac{۱}{۳۶}$$

پس مستقل نیستند.

مجموع دو تاس ۷ (ب) $A = \{(۱,۶) (۶,۱) (۲,۵) (۵,۲) (۳,۴) (۴,۳)\}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

پرتاب اولین تاس عدد ۲ ظاهر $B = \{(۲,۱) (۲,۲) (۲,۳) (۲,۴) (۲,۵) (۲,۶)\}$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

 $A \cap B = \{(۲,۵)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۳۶}$ مجموع دو تاس ۷ و اولین ۲ باشد

$$P(A) \times P(B) = \frac{۱}{۶} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳۶} = P(A \cap B) \text{ مستقل هستند}$$

متوسط

-۴

$$A = \text{واکنش نشان دادن} \quad P(A) = \frac{۱}{۵}$$

$$B = \text{واکنش نشان دادن} \quad P(B) = \frac{۱}{۷}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۲۰}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۲۰} = \frac{۲۸ + ۲۰ - ۷}{۱۴۰} = \frac{۴۱}{۱۴۰}$$

دشوار

-۵

$P(A) \Rightarrow$ احتمال قبولی روپا در ریاضی
 $P(B) \Rightarrow$ احتمال قبولی دوستش در ریاضی

$$P(A \cup B) = ۰/۶۲۵$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{۶۲۵}{۱۰۰۰} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{۵}{۸} = P(A) - P(B) \Rightarrow \frac{۵}{۸} = P(A) - P(B)$$

$$\Rightarrow ۵ = ۲۴P(B) - ۱۶P(A)$$

$$۱۶P(A) - ۲۴P(B) + ۵ = ۰$$

$$(۴P(A) - ۱)(۴P(B) - ۵) = ۰ \Rightarrow P(B) = \frac{۱}{۴}, \quad P(A) = \frac{۵}{۴}$$

چون احتمال از یک بیشتر نمی‌شود

$$P(B) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow P(A) = ۲ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

آسان

-۶

 $S = \{(۱,۱) (۱,۲) \dots (۱,۶) (۲,۱) \dots (۲,۶) \dots (۶,۱) \dots (۶,۶)\}$

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

 $\{(۱,۲) (۲,۱) (۱,۳) (۳,۱) \dots (۱,۶) (۶,۱)\}$ سکه پشت و تاس عددی زوج

$$P(A) = \frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴}$$

آسان

-۷

$$n(S) = ۲^۲ = ۴$$

$$P(A) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۱ \times ۱ = ۱ \Rightarrow \text{هر دو فرزند پسر}$$

متوسط

-۱۳

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(A) \times P(B) \\ = P(B)(1 - P(A)) = P(B) \times P(A')$$

متوسط

-۱۴

حواستون باشه! تعریف دو پیشامد مستقل A و B

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \\ P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) \\ = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\ = [1 - P(A)] - P(B) + P(A) \times P(B) \\ \downarrow \\ P(A') - P(B)[1 - P(A)] \\ P(A') - P(B)[1 - P(A)] \\ P(A') - P(B) \times P(A') \\ P(A')[1 - P(B)] = P(A') \times P(B')$$

آسان

-۱۵

A = اعداد رو شده یکسان هستند.

B = هر دو عدد رو شده فرد باشد.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\{(3,3)(5,5)(1,1)\}}{\{(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(5,5)(6,6)\}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

آسان

-۱۶

اعداد اول یک رقمی طبیعی $\{2, 3, 5, 7\}$ است.

$$A \Rightarrow n(A) = \binom{4}{2} = 6$$

$$B \Rightarrow A \cap B = \{(2,3), (3,2)\}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

متوسط

-۱۷

A = مهره اول سبز باشد.

B = مهره دوم سفید باشد.

$$\text{احتمال دومی سفید باشد به شرطی که مهره اول سبز باشد} \\ = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

متوسط

-۱۰

$$A = \{2, 4, 6\} \quad B = \{3, 6\} \quad C = \{3, 4, 5, 6\}$$

A, B :

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

مستقل هستند.

A و C :

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(A) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

A و C مستقل هستند.

B و C :

$$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad P(B \cap C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(B) \times P(C) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \neq \frac{1}{3}$$

B و C مستقل نیستند.

متوسط

-۱۱

A = در پرتاب سوم رو آمده

B = در دو پرتاب اول و دوم پشت ظاهر شده باشد

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\{(رپپ)\}}{\{(رپپ)(پپپ)\}} = \frac{1}{2}$$

متوسط

-۱۲

حواستون باشه! تیم کوهنوردی و تیم فوتبال دو پیشامد مستقل از یکدیگرند

پس:

$$\bar{A}) \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.7 \times 0.8 = 0.56$$

$$\text{ب) } P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = [1 - P(A)][1 - P(B)]$$

$$= 0.2 \times 0.3 = 0.06$$

حواستون باشه! اگر دو پیشامد مستقل از یکدیگر باشند متمم آن‌ها نیز مستقل

از یکدیگر است.

$$\text{پ) } P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= 0.8 - 0.56 = 0.24$$

$$\text{ت) } P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$= [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] - [P(A) \times P(B)]$$

$$[0.8 + 0.7 - 0.56] - 0.56 = 0.38$$

$$\text{ث) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.7 + 0.8 - 0.56 = 0.94$$

متوسط

-۲۵

(اعداد رو شده با هم برابر باشند | هردو عدد رو شده زوج باشد) P

$$= \frac{P(\text{هر دو زوج باشند و با هم برابر باشند})}{P(\text{اعداد رو شده با هم برابر باشند})} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

متوسط

-۲۶

$$\begin{array}{c} \text{مهره سوم سفید} \\ \frac{3}{10} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{مهره دوم سفید} \\ \frac{4}{11} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{مهره اول قرمز} \\ \frac{5}{12} \end{array} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{4} \times \cancel{5}}{\cancel{10} \times \cancel{11} \times \cancel{12}} = \frac{1}{22}$$

دشوار

-۲۷

چون یک نفر در این تیم بلند قدترین فرد تیم خواهد بود.

$$\bar{D}) \frac{1}{14}$$

$$\text{ب) } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{7}$$

متوسط

-۲۸

 $A \Rightarrow P(A) = 0.3$ علی به ورزشگاه رفته است $B \Rightarrow P(B) = 0.4$ مازیار به ورزشگاه رفته است

$$P(B|A) = 0.8 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.8 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.3} = 0.8$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.3 \times 0.8 = 0.24$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{1 - [0.3 + 0.4 - 0.24]}{0.7} = \frac{0.324}{0.7} = 0.46$$

دشوار

-۲۹

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} \rightarrow 1 \text{ سکه انتخاب شود} \rightarrow 2 \text{ بار رو بیاد} \Rightarrow P(A) = 0 \\ \frac{1}{4} \rightarrow 2 \text{ سکه انتخاب شود} \rightarrow 2 \text{ بار رو بیاد} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \rightarrow 3 \text{ سکه انتخاب شود} \rightarrow 2 \text{ بار رو بیاد} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{8} \\ \frac{1}{4} \rightarrow 4 \text{ سکه انتخاب شود} \rightarrow 3 \text{ بار رو بیاد} \Rightarrow P(D) = \frac{6}{16} \end{array} \right.$$

$$P(E) = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{16}} = \frac{3}{8}$$

متوسط

-۱۸

احتمال متولد شدن افراد مستقل از یکدیگرند پس:

$$P(A) = \frac{\downarrow}{7} \times \frac{\downarrow}{7} \times \frac{\downarrow}{7} \times \frac{\downarrow}{7} \times \frac{\downarrow}{7} = \frac{1}{7^5}$$

متوسط

-۱۹

$$P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{4}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

متوسط

-۲۰

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(B') \times P(A')}{P(B')} = P(A')$$

$$= 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

متوسط

-۲۱

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{2} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$$

متوسط

-۲۲

قبولی در آزمون زبان و آزمون شیمی پیشامدهای مستقل از هم هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= 0.3 + 0.6 - 0.3 \times 0.6 = 0.9 - 0.18 = 0.72$$

آسان

-۲۳

 P (عدد رو شده زوج نیست | شماره ظاهر شده مضرب ۳) =

$$\frac{n(\text{عدد رو شده زوج نیست و ظاهر شده مضرب ۳})}{n(\text{عدد رو شده زوج نیست})}$$

$$= \frac{\{3\}}{\{1, 3, 5\}} = \frac{1}{3}$$

متوسط

-۲۴

ناراحتی قلبی پیشامد مستقل است و همچنین متمم آن‌ها مستقل است.

$$\frac{P(A \cup B)}{P(A' \cap B')} = \frac{P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)}{P(A') \times P(B')} = \frac{0.4 + 0.3 - 0.12}{0.6 \times 0.7}$$

$$= \frac{0.58}{0.42} = \frac{58}{42} = \frac{29}{21}$$

آسان

۵- گزینه «۱»

مجموعه اعداد اول کمتر از ۱۲ به صورت $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ است پس:

جمع دو عدد رو شده عدد اول باشد

$$\{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

تعداد زوج مرتبها: ۱ ۲ ۴ ۶ ۲

$$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \Rightarrow 15: مجموع$$

آسان

۶- گزینه «۲»

متوالی $\{(1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (3,4), (4,3), (4,5), (5,4), (5,6), (6,5)\}$

$$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

آسان

۷- گزینه «۲»

$P(A)$ = احتمال قبولی

$P(A')$ = احتمال عدم قبولی

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3P(A) = 2 - 2P(A)$$

$$\Rightarrow 5P(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{5}$$

آسان

۸- گزینه «۱»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{5}{8} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{8+15-4}{24} = \frac{19}{24}$$

آسان

۹- گزینه «۲»

$$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$$

$$= 1 - P(A) \times P(B) = 1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

متوسط

۱۰- گزینه «۲»

$$n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$A = \{(2,9), (3,8), (4,7), (6,5)\}$$

$$n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$



متوسط

۱- گزینه «۲»

$$n(S) = 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18 \text{ عددی چهار رقمی با } 3 \text{ و } 2 \text{ و } 1 \text{ و } 0$$

$$\Rightarrow n(A) = \begin{cases} \frac{2 \times 2 \times 1 \times 1}{2} = 2 \text{ باشد} \\ \frac{3 \times 2 \times 1 \times 1}{0} = 6 \text{ باشد} \end{cases} \xrightarrow{+} 10$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

حواستون باشه! عددی مضرب ۶ است که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد چون

چهار رقمی باید بسازیم و مجموع ارقام باید بر ۳ بخش پذیر باشد از تمام ارقام

باید استفاده شود. پس ۴ رقمی زوج بدون تکرار ارقام خواهد شد.

آسان

۲- گزینه «۳»

$$P(B') = 3P(B) \Rightarrow 1 - P(B) = 3P(B) \Rightarrow 1 = 4P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{P(B)}{P(A')} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

آسان

۳- گزینه «۲»

دو پیشامد ناسازگار

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(\emptyset) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + P(B) - 0 \Rightarrow \frac{2}{5} = P(B)$$

آسان

۴- گزینه «۱»

$$n(A) = \boxed{AAA} \text{ TXI}$$

$$4! = 24$$

$$n(S) \Rightarrow AAATXI \Rightarrow \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

$$P(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$



دشوار

۱۴- گزینه «۱»

(مجموع اعداد رو شده یک عددی فرد باشد | لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد) P

$$= \frac{n(\text{مجموع اعداد رو شده فرد باشد و لااقل یکی از تاس‌ها ۲ باشد})}{n(\text{مجموع اعداد رو شده فرد باشد})}$$

مجموع اعداد رو شده فرد باشد نصف کل حالت‌های برآمد سه تاس است چون

نصف آن‌ها زوج و نصف آن‌ها فرد خواهد بود پس

$$n(A) = \frac{6 \times 6 \times 6}{2} = 108$$

لااقل یکی ۲ بیاید:

$$3! \rightarrow 2 \text{ و } 4 \text{ و فرد}$$

$$3! \rightarrow 2 \text{ و } 6 \text{ و فرد}$$

$$3 \rightarrow 2 \text{ و } 2 \text{ و فرد}$$

$$n(A \cap B) = 1 \times 1 \times 3 \times 3! + 1 \times 1 \times 3 \times 3! + 1 \times 1 \times 3 \times 3 = 45$$

$$P(B|A) = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$

متوسط

۱۵- گزینه «۳»

$A =$ در امتحان اول قبول شود

$B =$ در امتحان دوم قبول شود

$$P(A \cap B) = 0.85 \text{ و } P(B) = 0.9$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.85}{0.9} = \frac{17}{18}$$

آسان

۱۶- گزینه «۲»

شیوع بیماری و بهبود یافتن پیشامدهای مستقل از یکدیگرند پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.08 \times 0.5 = 0.04$$

متوسط

۱۷- گزینه «۳»

$$A = \Rightarrow P(A) = \frac{1}{5} \text{ رقیب اصلی خود را ببرد}$$

$$B = \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3} \text{ کسب مدال طلا}$$

$$P(B|A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B|A) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{6+10-3}{30} = \frac{13}{30}$$

دشوار

۱۱- گزینه «۳»

حواستون باشه! دو پیشامد مستقل از هم هستند هرگاه

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

همچنین اگر دو پیشامد مستقل از یکدیگر باشند متمم آن‌ها نیز مستقل از

یکدیگرند.

$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= 0.6 \Rightarrow P(A) \times P(B) = 0.6 \\ P(A \cap B') &= 0.2 \Rightarrow P(A) \times P(B') = 0.2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}}$$

$$P(A) \times P(B) + P(A) \times P(B') = 0.8$$

$$P(A)[P(B) + P(B')] = 0.8$$

$$P(A) = 0.8$$

$$\text{و با جایگذاری در } P(B') = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{3}{4} \Leftarrow P(A) \times P(B) = 0.6$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = 0.8 + \frac{1}{4} - 0.2$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

متوسط

۱۲- گزینه «۲»

$$P(B|A) = 0.25 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.25 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.25$$

$$P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{0.3 - 0.1}{1 - 0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

دشوار

۱۳- گزینه «۳»

دو پیشامد A و B مستقل هستند پس

$$0.1 = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A) = \frac{0.1}{P(B)}$$

$$P(A \cup B) = 0.6 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6$$

$$P(A) + P(B) - 0.1 = 0.6$$

$$P(A) + P(B) = 0.7$$

از طرفی چون $P(B') > P(B)$ است پس $1 - P(B) > P(B)$ و

$$\frac{1}{2} > P(B) \Rightarrow 1 > 2P(B) \text{ باید باشد.}$$

$$P(A) + P(B) = 0.7$$

$$\frac{1}{10P(B)} + P(B) = 0.7 \Rightarrow 1 + 10P^2(B) = 7P(B)$$

$$10P^2(B) - 7P(B) + 1 = 0$$

$$(2P(B) - 1)(5P(B) - 1) = 0$$

$$P(B) = \frac{1}{2} \text{ ق ق و } P(B) = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ ق ق غ ق}$$

آسان

۲۲- گزینه «۱»

$$n(S) = ۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶ \text{ پرتاب ۳ تاس}$$

$$n(A) = \frac{۲}{۳,۶} \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۳}{۴} = ۱۸$$

مضرب ۳ زوج عدد اول

$$P(A) = \frac{۱۸}{۲۱۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

متوسط

۲۳- گزینه «۱»

$$A \Rightarrow P(A) = ۰/۷ \text{ موفقیت در آزمون اول}$$

$$B \Rightarrow P(B) = ۰/۶ \text{ موفقیت در آزمون دوم}$$

$$P(B|A) = ۰/۸ \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = ۰/۸ \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{۰/۷} = ۰/۸$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۵۶$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ + ۰/۶ - ۰/۵۶ = ۰/۷۴$$

متوسط

۲۴- گزینه «۲»

حواستون باشه ها! **A** و **B** دو پیشامد مستقل باشند پس:

$$۱) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{۵}{۶}}{\frac{۵}{۶}} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴} \checkmark$$

$$۲) P(A \cap B) = ۰ \times$$

$$۳) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{۳}{۴} + \frac{۵}{۶} - \frac{۵}{۸} = \frac{۱۸ + ۲۰ - ۱۵}{۲۴} = \frac{۲۳}{۲۴} \checkmark$$

$$۴) P(A \cup B)' = ۱ - P(A \cup B) = ۱ - \frac{۲۳}{۲۴} = \frac{۱}{۲۴} \checkmark$$

آسان

۲۵- گزینه «۲»

گروه خونی **A** و رنگ چشم مشکی دو پیشامد مستقل هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{۴۰}{۱۰۰} + \frac{۶۵}{۱۰۰} - \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۶۵}{۱۰۰} = \frac{۷۹}{۱۰۰}$$

متوسط

۲۶- گزینه «۲»

$$P(A) = ۰/۶$$

$$P(B) = ۰/۳$$

$$P(A|B) = ۰/۵$$

$$P(A|B') = ?$$

$$P(A|B) = ۰/۵ \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = ۰/۵ \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{۰/۳} = ۰/۵$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۱۵$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{۱ - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{۱ - P(B)}$$

$$= \frac{۰/۶ - ۰/۱۵}{۱ - ۰/۳} = \frac{۰/۴۵}{۰/۷} = \frac{۴۵}{۷۰} = \frac{۹}{۱۴}$$

متوسط

۱۸- گزینه «۱»

حواستون باشه ها! دو پیشامد ناسازگار به معنای $A \cap B = \emptyset$ و در نتیجه $P(\emptyset) = ۰$ است.

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{۱ - P(A \cup B)}{۱ - P(A)} = \frac{۱ - [P(A) + P(B)]}{۱ - P(A)}$$

$$= \frac{۱ - (\frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴})}{۱ - \frac{۱}{۶}} = \frac{۱ - \frac{۵}{۱۲}}{۱ - \frac{۱}{۶}} = \frac{\frac{۷}{۱۲}}{\frac{۵}{۶}} = \frac{۷}{۱۰}$$

متوسط

۱۹- گزینه «۲»

$$A = \{(۱,۲)(۲,۳)(۳,۴)(۴,۵)(۵,۶)\}$$

$$۵ \times ۲ = ۱۰ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۰}{۳۶}$$

$$B = \{(۱,۱)(۲,۲)(۳,۳)(۴,۴)(۵,۵)(۶,۶)\}$$

$$n(B) = ۶ \Rightarrow P(B) = \frac{۶}{۳۶}$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = ۱ - P(A \cup B)$$

$$= ۱ - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

$$= ۱ - [\frac{۱۰}{۳۶} + \frac{۶}{۳۶} - ۰] = ۱ - \frac{۱۶}{۳۶} = \frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$$

متوسط

۲۰- گزینه «۳»

کلمه کنار هم به معنای دسته‌بندی هست پس حروف «گنه» را در یک دسته در نظر می‌گیریم:

$$3! = \text{جابه‌جایی این سه حرف} \rightarrow \boxed{\text{گ ن ه}} \text{ آ ر ی}$$

۴! = \text{جابه‌جایی این ۴ تا}

$$\text{جواب کلی } ۱۴۴ = ۲۴ \times ۶ = ۴! \times ۳!$$

متوسط

۲۱- گزینه «۲»

مجموع اعداد رو شده دو تاس بزرگ‌تر از ۸ $A =$

$$\Rightarrow A = \{(۴,۵)(۵,۴)(۳,۶)(۶,۳)(۵,۵)(۶,۴)(۴,۶)(۶,۵)(۵,۶)(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

$$B = \{(۱,۶)(۶,۱)\} \Rightarrow P(B) = \frac{۲}{۳۶} = \frac{۱}{۱۸}$$

شده بیشتر از ۴ باشد $B =$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{۵}{۱۸} + \frac{۱}{۱۸} - ۰ = \frac{۶}{۱۸} = \frac{۱}{۳}$$



دشوار

۳۰- گزینه «۴»

مضرب ۳ روی تاس $\{3, 6\}$ است. $\Rightarrow$ فضای نمونه

$2=2$ حالت $\Rightarrow$ پرتاب اول مضرب ۳ بیاد

بیاد $\Rightarrow$ پرتاب دوم مضرب ۳ $8 = \frac{4 \times 2}{\text{مضرب ۳ غیر ۳}}$ حالت

بیاد $\Rightarrow$ پرتاب سوم مضرب ۳ $22 = \frac{4 \times 4 \times 2}{\text{مضرب ۳ غیر ۳ غیر ۳}}$ حالت

$$P(A) = \frac{2}{6} + \frac{8}{36} + \frac{22}{216} = \frac{72 + 48 + 22}{216} = \frac{142}{216} = \frac{71}{108}$$

دشوار

۳۱- گزینه «۲»

حواستون باشه! وقتی حالتی کاملاً مشخص است می‌توان آن را نادیده گرفت

پس در این سؤال خانواده را ۲ فرزند در نظر می‌گیریم که احتمال هر دو دختر

بودن را می‌خواهیم پس احتمال آن $\frac{1}{4}$ است.

متوسط

۳۲- گزینه «۳»

$$A = \text{مهره سفید نیست} \rightarrow n(A) = \binom{7}{3} = 35$$

$$B = \text{مهره سیاه نیست} \rightarrow n(B) = \binom{8}{3} = 56$$

$$A \cap B = \text{مهره سفید و سیاه نیست} \rightarrow n(A \cap B) = \binom{3}{3} = 1$$

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

$$P(A \cup B) = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$$

دشوار

۳۳- گزینه «۴»

احتمال موفقیت فرایندی مستقل است و $P(A) = 2P(B)$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{7}{9} \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{9}$$

$$2P(B) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{7}{9}$$

$$3P(B) - 2P^2(B) = \frac{7}{9} \Rightarrow 27P(B) - 18P^2(B) = 7$$

$$18P^2(B) - 27P(B) + 7 = 0 \Rightarrow (3P(B) - 1)(6P(B) - 7) = 0$$

$$P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{7}{6} \quad \text{غ فک}$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

متوسط

۳۷- گزینه «۱»

$$A = \{(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B = \{(1,6)(6,1)(3,4)(4,3)(2,5)(5,2)\} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$A \cap B = \{(4,3)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

چون $A \cap B \neq \emptyset$ است پس سازگارند.

همچنین چون $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ پس دو پیشامد مستقل‌اند.

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

آسان

۳۸- گزینه «۲»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{75}{100} = \frac{55}{100} + \frac{60}{100} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{55}{100} + \frac{60}{100} - \frac{75}{100} = \frac{40}{100}$$

دشوار

۳۹- گزینه «۱»

$$1) P(B' | A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} \quad \text{با هم برابر هستند.}$$

$$2) P(A' | B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad \text{با هم برابر نیستند}$$

$$3) P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - P(B) - 1 + P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad \text{با هم برابر نیستند}$$

$$4) P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')}$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{با هم مخرج یکسان ندارند}$$

متوسط

۳۸- گزینه «ب»

$$P(\text{مجموع آن‌ها نیز زوج باشد} \mid \text{هر سه عدد زوج باشند}) \\ = \frac{n(\text{مجموع آن‌ها زوج باشد و هر سه عدد زوج باشند})}{n(\text{مجموع آن‌ها زوج باشد})}$$

مجموع سه عدد زمانی زوج است که یا هر سه عدد زوج باشد و یا دو عدد فرد و یک عدد زوج باشد پس:

$$n(\text{مجموع هر سه زوج باشد}) = \binom{4}{3} + \binom{5}{2} \binom{4}{1} = 4 + 40 = 44$$

$$n(\text{مجموع آن‌ها زوج باشد و هر سه عدد زوج باشد}) = \binom{4}{3} = 4$$

$$\text{احتمال} = \frac{4}{44} = \frac{1}{11}$$

متوسط

۳۹- گزینه «ا»

موش به دنیا آمده یا نه و سالم خواهد بود و یا ماده و سالم خواهد بود پس:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{88}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{91}{100} = \frac{88}{200} + \frac{91}{200} = \frac{179}{200} = 89.5\%$$

$\uparrow$ احتمال سالم بودن ماده $\uparrow$ احتمال سالم بودن نر
 $\uparrow$ احتمال سالم بودن ماده $\uparrow$ احتمال سالم بودن نر

دشوار

۴۰- گزینه «ب»

احتمال انتخاب	بسته ریاضی	بسته شدن	۰/۷
	۵	۱۸	
بسته تجربی	۷	بسته شدن	۰/۸
	۱۸		
بسته انسانی	۶	بسته شدن	۰/۹
	۱۸		

$$P(E) = \frac{5}{18} \times 0.7 + \frac{7}{18} \times 0.8 + \frac{6}{18} \times 0.9 = \frac{35}{180} + \frac{56}{180} + \frac{54}{180} \\ = \frac{145}{180} = \frac{29}{36}$$

متوسط

۳۴- گزینه «ا»

$$P(\text{مجموع رقم‌های دو کارت زوج باشد} \mid \text{هر دو رقم فرد باشد}) =$$

$$\frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{n(\text{مجموع رقم‌های دو کارت زوج باشد و هر دو رقم فرد باشد})}{n(\text{مجموع رقم‌های دو کارت زوج باشد})}$$

مجموع دو عدد زمانی زوج است که یا هر دو زوج باشند یا هر دو فرد باشند.

$$\text{فرد } \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad \text{زوج } \{2, 4, 6, 8\}$$

$$n(A) = \binom{4}{2} + \binom{5}{2} = 6 + 10 = 16$$

$$n(A \cap B) = \binom{5}{2} = 10$$

$$P(B \mid A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

متوسط

۳۵- گزینه «ب»

$$n(S) = \binom{7}{2} = 21$$

حداقل بر روی یکی از آن دو آزمون انجام شده است

$$\begin{cases} \Rightarrow \binom{3}{1} \binom{4}{1} = 12 & \text{یا یک موش آزمون انجام شده} \\ \Rightarrow \binom{3}{2} = 3 & \text{یا دو موش آزمون انجام شده} \end{cases} \xrightarrow{+} 15$$

$$P(A) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

متوسط

۳۶- گزینه «ا»

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

$$n(A) = \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$$

$$P(A) = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

متوسط

۳۷- گزینه «ا»

$$P(\text{اعداد رو شده هر دو فرد هستند} \mid \text{حداقل یکی از اعداد رو شده ۵ باشد}) =$$

$$\frac{n(\text{اعداد رو شده هر دو فرد هستند و حداقل یکی ۵ باشد})}{n(\text{اعداد رو شده هر دو فرد هستند})}$$

$$n(\text{اعداد رو شده هر دو فرد هستند}) \\ = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

$$n(\text{اعداد رو شده هر دو فرد هستند و حداقل یکی ۵ باشد}) \\ = \{(1,5), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

$$P = \frac{5}{9}$$



(ب) داده‌های جدید ۱, ۴, ۵, ۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵

(ب)

$$R = 15 - 1 = 14 \rightarrow$$

دامنه تغییرات بستگی به داده‌های وسط ندارد پس تغییری نمی‌کند.

$$\Rightarrow \text{میانۀ } 1, 4, 5, 8, \boxed{9}, 12, 13, 14, 15$$

$$\downarrow$$

$$Q_2$$

حواستون باشه! اگر میانگین داده‌های اضافه شده با میانگین قبلی برابر باشد، میانگین جدید تغییری نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{1+4+5+8+9+12+13+14+15}{9} = 9$$

آسان

-۴

$$\Rightarrow \text{میانۀ } 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\downarrow$$

$$Q_2$$

$$\Rightarrow \text{داده‌های جدید (ب) } 5, 6, 7, 8, 9 \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+6+7+8+9}{5} = 7$$

$$\downarrow$$

$$Q_2$$

حواستون باشه!

اگر میانگین و میانۀ داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ به ترتیب $\bar{x}$ و M باشد میانگین و میانۀ داده‌های $x_1 \pm b, x_2 \pm b, \dots, x_n \pm b$ به ترتیب برابر با $\bar{x} \pm b$ و $M \pm b$ خواهد بود.

$$\Rightarrow \text{داده‌های جدید (پ) } 2, 4, 6, 8, 10 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$$

$$\downarrow$$

$$Q_2$$

حواستون باشه! اگر میانگین و میانۀ داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ به ترتیب $\bar{x}$ و M باشد میانگین و میانۀ داده‌های $ax_1, ax_2, \dots, ax_n$ به ترتیب برابر با $a\bar{x}$ و aM خواهد بود.

آسان

-۵

$$R = \max - \min = 3x_{10} - 1 - 3x_1 + 1$$

$$= 3(x_{10} - x_1) = 27 \Rightarrow x_{10} - x_1 = 9$$

$$R = \max - \min = 2x_{10} + 4 - 2x_1 - 4$$

$$= 2(x_{10} - x_1) = 2(9) = 18$$

متوسط

-۶

اگر داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ را در نظر بگیریم با میانگین $\bar{x}$ ، آنگاه میانگین

$$x_1 + 8, x_2 + 8, \dots, x_n + 8 \text{ برابر با } \bar{x} + 8 \text{ خواهد بود که}$$

$$\bar{x} + 8 = 12 \Rightarrow \bar{x} = 4$$

حال میانگین داده‌های $x_1 - 4, \dots, x_n - 4$ خواسته شده که

$$\bar{x} - 4 = 4 - 4 = 0$$



متوسط

-۱

حواستون باشه!

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد}}$$

داده وسط به شرط مرتبی داده‌ها = میانۀ

$$\Rightarrow \text{میانۀ } 5, 17, 18, 18, 19, 20 \Rightarrow \frac{18+18}{2} = 18$$

$$\bar{x} = \frac{5+17+18+18+19+20}{6} = \frac{97}{6} = 16\frac{1}{6}$$

متوسط

-۲

$$\Rightarrow \text{میانۀ } 75, 82, 86, 89, 91, 92, 97, 98, 98, 100, 101, 105$$

$$\downarrow$$

$$Q_2$$

$$17 \text{ و } 16 \Rightarrow \frac{12}{2} \Rightarrow \text{بعدیش و } \frac{m}{2} \Rightarrow \text{شماره میانۀ با تعداد جملات زوج}$$

$$Q_2 = \frac{92+97}{2} = 94\frac{1}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{75+82+86+89+91+92+97+98+98+100+101+105}{12} = 92\frac{1}{8}$$

(ب) حواستون باشه! اگر بین داده‌ها داده دور افتاده نداشته باشیم میانگین معیار بهتری برای نشان دادن گرایش به مرکز است ولی اگر داده دور افتاده داشته باشیم میانۀ اطلاعات درست‌تری به ما نشان می‌دهد.

پس چون داده دور افتاده نداریم میانگین معیار بهتری برای نشان دادن گرایش به مرکز است.

متوسط

-۳

(آ) حواستون باشه! دامنه تغییرات برابر است با اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده.

$$R = \max - \min = 15 - 1 = 14$$

$$\Rightarrow \text{میانۀ } 1, 4, 8, \boxed{9}, 12, 14, 15$$

$$\downarrow$$

$$Q_2 = \text{میانۀ}$$

$$\bar{x} = \frac{1+4+8+9+12+14+15}{7} = 9$$

متوسط

-۱۲

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} \Rightarrow 24 = \frac{\text{مجموع}}{8} \Rightarrow \text{مجموع ۸ داده} = 24 \times 8 = 192$$

$$\text{دو داده ۳ و ۲۵ کنار بگذاریم} \rightarrow 192 - (30 + 25) = 192 - 55 = 137$$

از مجموع کم می‌شود

$$\frac{137}{6} = \text{میانگین ۶ داده}$$

آسان

-۱۳

$$\bar{x} = 32 \Rightarrow \frac{\sum x_i}{4} = 32 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 128$$

$$\bar{y} = 38 \Rightarrow \frac{\sum y_i}{6} = 38 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 228$$

$$\bar{x} = \frac{128 + 228}{10} = 35.6$$

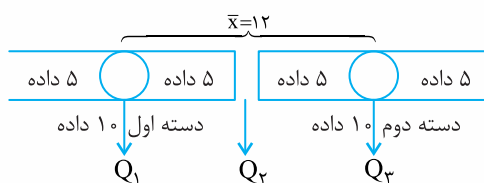
تعداد کل داده‌ها

متوسط

-۱۴

در ۲۰ داده آماری، میانگین داده‌های ۱۰ام و ۱۱ام، نقش میانه را بازی می‌کنند

پس:



$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$$

$10 \times 12 = 120$ مجموع

$$x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$$

$$\text{میانگین کل} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 120}{20}$$

$$+ \frac{x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20}}{5} = 42$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i + \sum_{i=16}^{20} x_i = 20 \times 42 - 120 = 720$$

$$\bar{x} = \frac{720}{10} = 72$$

میانگین جدید

متوسط

-۱۵

حواستون باشه! مجموع اختلاف از میانگین‌ها صفر است.

$$a + 3 + 4 + (-5) + (-7) + 12 + 8 = 0 \Rightarrow a + 15 = 0 \Rightarrow a = -15$$

$$\sigma^2 = \frac{(-15)^2 + (3)^2 + 4^2 + (-5)^2 + (-7)^2 + 12^2 + 8^2}{7}$$

$$\sigma^2 = \frac{225 + 9 + 16 + 25 + 49 + 144 + 64}{7} = 76$$

متوسط

-۷

داده‌های اولیه را $x_1, x_2, \dots, x_n$ در نظر می‌گیریم با $\bar{x} = 57$

↓ ۱۲ واحد کم شود

$x_1 - 12, x_2 - 12, \dots, x_n - 12$ میانگین ۱۲ واحد کم می‌شود.

$$\bar{x} = 57 - 12 = 45 \text{ جدید}$$

↓ داده‌ها سه برابر شوند، میانگین نیز ۳ برابر می‌شود

$$3(x_1 - 12), 3(x_2 - 12), \dots, 3(x_n - 12)$$

$$\bar{x} = 3(45) = 135 \text{ جدید}$$

آسان

-۸

f_i نشان از تعداد داده‌ها دارد پس مجموع f_i ها تعداد کل داده‌ها را می‌دهد.

$$n = 4 + 5 + 3 + 2 = 14$$

$$\text{ام ۷ و ام ۸} = \frac{n}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ شماره میانه} \rightarrow \text{تعداد داده‌ها زوج است}$$

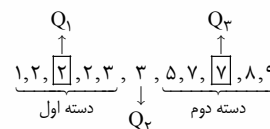
داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب شود. داده هفتم و هشتم هر دو ۸ است پس

$$\text{میانه } M = \frac{8+8}{2} = 8 \text{ است.}$$

آسان

-۹

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:



$$\text{ام ۶} = \frac{n+1}{2} = \frac{11+1}{2} = 6 \text{ شماره میانه با تعداد فرد}$$

$$Q_3 - Q_1 = 7 - 2 = 5$$

متوسط

-۱۰

$$\bar{x} = \frac{a + 7 + 10 + 14 + 11 + 16 + 18 + 9 + 20}{9} = 13$$

میانگین

$$\frac{a + 105}{9} = 13 \Rightarrow a = 12$$

حواستون باشه! اگر تعدادی داده به داده‌های آماری اضافه شود و میانگین

تغییر نکند، یعنی میانگین **b** و **c** و **d** هم ۱۳ بوده است پس:

$$\frac{a+b+c+d}{4} = \frac{a}{4} + \frac{b+c+d}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3 \times 13}{4} = \frac{51}{4}$$

متوسط

-۱۱

حواستون باشه! اگر داده‌های آماری تشکیل دنباله حسابی بدهند میانه و

میانگین آن‌ها با هم برابرند و رابطه $\frac{\text{داده بزرگ} + \text{داده کوچک}}{2}$ بدست می‌آید.

$$M = \bar{x} = \frac{\text{داده بزرگ} + \text{داده کوچک}}{2}$$

پس چون میانه و میانگین با هم برابرند اختلاف آن‌ها صفر است.

دشوار

-۲۰

حواستون باشه! دقت بیشتر به معنای CV کمتر است.

$$\bar{x}_A = \frac{15+14+15+16+17+19}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{2(15-16)^2 + (14-16)^2 + (16-16)^2 + (17-16)^2 + (19-16)^2}{6}$$

$$= \frac{2+4+0+1+9}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{\sqrt{\frac{8}{3}}}{16} = \frac{\sqrt{8}}{16\sqrt{3}}$$

$$\bar{x}_B = \frac{16+14 \times 2 + 17 \times 2 + 18}{6} = 16$$

$$\Rightarrow \sigma_B^2 = \frac{(16-16)^2 + 2(14-16)^2 + 2(17-16)^2 + (18-16)^2}{6}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{0+8+2+4}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{0+8+2+4}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{\frac{7}{3}}}{16} = \frac{\sqrt{7}}{16\sqrt{3}}$$

پس گروه دوم دقت بیشتری دارد $CV_A > CV_B$



آسان

-۱ گزینه «۳»

$$\bar{x} = \frac{13+a}{5} = 2 \Rightarrow 13+a=10 \Rightarrow a=-3$$

$$\text{داده‌ها: } 2, 3, 4, 4, 8, 2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{95}{5} = 19$$

متوسط

-۲ گزینه «۴»

حواستون باشه!

(۱) وقتی پراکندگی داده‌ها صفر باشد به معنای برابر بودن داده‌هاست.

(۲) وقتی تمام داده‌ها برابر باشند، میانگین و میانه هم همان داده خواهد بود.

چون واریانس داده‌ها صفر است پس داده‌ها با هم برابرند و برابر با میانگین ۶

خواهند بود پس:

a, b, c, d

$$6, 6, 6, 6 \rightarrow 6, 6, 6, 6, 12, 12 \Rightarrow \bar{x} = 8$$

داده‌های جدید

آسان

-۱۶

$$\bar{x} = \frac{a-3+a+a+2+a+5}{4} = 5$$

$$4a+4=20 \Rightarrow 4a=16 \Rightarrow a=4 \Rightarrow 1, 4, 6, 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (9-5)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{16+1+1+16}{4} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

آسان

-۱۷

حواستون باشه! فرمول دیگر برای به دست آوردن واریانس از رابطه

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

با توجه به مجموع ۵ داده که برابر ۲ بوده است خواهیم داشت:

$$\bar{x} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{90}{5} - 4^2 = 18 - 16 = 2$$

دشوار

-۱۸

حواستون باشه! واریانس پراکندگی داده‌ها را نشان می‌دهد و چون صفر است

پس به معنای برابر بودن داده‌هاست.

$$\text{چون میانگین داده‌های } 11 = \frac{26+16+24}{3} \text{ است و چون با اضافه شدن این}$$

داده‌ها میانگین تغییری نکرده است پس میانگین ۱۱ داده اول نیز ۱۱ بوده است

چون باید داده‌ها با یکدیگر برابر و دارای میانگین ۱۱ باشد پس تمام ۱۱ داده

اول ۱۱ بوده است.

$$\underbrace{11, 11, 11, \dots, 11}_{11 \text{ تا}}, 24, 26, 16$$

$$\sigma^2 = \frac{11(11-11)^2 + (24-11)^2 + (26-11)^2 + (16-11)^2}{14}$$

$$= \frac{169 + 225 + 25}{14} = 29/9 \Rightarrow \sigma = \sqrt{29/9}$$

دشوار

-۱۹

$$\sigma = 8 \Rightarrow \sigma^2 = 64$$

$$\frac{(x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{25} - 30)^2}{25} = 64$$

$$(x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{25} - 30)^2 = 25 \times 64$$

$$\underbrace{(x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{25} - 30)^2}_{25 \times 64} = [(15-30)^2 + (10-30)^2 + (45-30)^2 + (50-30)^2]$$

$$= -[225 + 400 + 225 + 400]$$

$$\sigma^2 = \frac{1600 - 1250}{21} = 16/6$$

واریانس جدید



۳- گزینه «۱»

متوسط

حواستون باشهها!

(۱) انحراف از میانگین به معنای $x_i - \bar{x}$ است.

$$(۲) \text{ فرمول واریانس } \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

(۳) مجموع انحراف از میانگین‌ها صفر است.

$$a + 2 + 1 + (-2) + (-2) + (-4) = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{25 + 4 + 1 + 4 + 4 + 16}{6} \Rightarrow \sigma^2 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

۴- گزینه «۳»

متوسط

حواستون باشهها!

(۱) اگر تمام داده‌ها در a ضرب شوند، واریانس در a^2 ضرب می‌شود.(۲) اگر تمام داده‌ها با b جمع شود واریانس تغییری نمی‌کند.داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ در $-\frac{2}{y}$ ضرب و با $\frac{3}{y}$ جمع شده است. پس اگرواریانس $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر σ^2 باشد واریانس داده‌های

$$\frac{-2x_1 + 3}{y}, \frac{-2x_2 + 3}{y}, \dots, \frac{-2x_n + 3}{y} \text{ برابر } \frac{4}{49}\sigma^2 \text{ است با توجه به}$$

این که صورت سؤال واریانس داده‌های دوم را $\frac{3}{49}$ داده است پس:

$$\frac{4}{49}\sigma^2 = \frac{3}{49} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵- گزینه «۳»

دشوار

سه عدد را a و b و c در نظر بگیرید.

$$a + b = -c, a^2 + b^2 = c^2 - 2ab$$

$$\bar{x} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \text{ چاق و لاغر}$$

$$= \frac{(-c)(a^2 - ab + b^2) + c^3}{3} = \frac{(-c)(c^2 - 2ab - ab) + c^3}{3}$$

$$= \frac{(-c)(c^2 - 3ab) + c^3}{3} = \frac{-c^3 + 3abc + c^3}{3} = abc$$

$$\frac{\bar{x}}{abc} = \frac{abc}{abc} = 1$$

صورت این سؤال را به عنوان نکته در ذهن بسپارید.

۶- گزینه «۳»

دشوار

انحراف معیار وقتی 0.5 باشد پس واریانس آن‌ها 0.25 بوده است.انحراف معیار هر سال $\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$ زیاد می‌شود، یعنی اگر در سال اول قیمت x باشد سال بعدی قیمت $x + \frac{1}{5}x = \frac{6}{5}x$ خواهد بود. پس اگر انحراف معیار در $\frac{6}{5}$ ضرب می‌شود، پس واریانس در $(\frac{6}{5})^2$ ضرب خواهد شد. در نتیجه:

$$\sigma^2 \text{ جدید} = \frac{36}{25} \times \frac{25}{100} = 0.36$$

۷- گزینه «۲»

متوسط

حواستون باشهها! واریانس و پراکندگی زمانی صفر است که داده‌ها با یکدیگر

برابر باشند. پس تمام داده‌ها برابر 30 هستند، در نتیجه تمام داده‌های $2x_i - 1$

با هم برابرند و برابر میانه خواهند بود.

$$2x_i - 1 = 59$$

۸- گزینه «۴»

دشوار

حواستون باشهها! اگر داده‌ها تشکیل دنباله حسابی بدهند واریانس آن‌ها از

$$\text{رابطه } d^2 = \frac{N^2 - 1}{12} \sigma^2 \text{ بدست می‌آید.}$$

$$\sigma^2 = \frac{18^2 - 1}{12} (5)^2 = 672.5$$

۹- گزینه «۳»

دشوار

اگر طول اضلاع مربع‌ها را $x_1, x_2, \dots, x_n$ در نظر بگیریم.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = 15, \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0.2 = \frac{\sigma}{15} \Rightarrow \sigma = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 9 = \frac{\sum x_i^2}{n} - 15^2$$

$$\Rightarrow 9 + 225 = \frac{\sum x_i^2}{n} \text{ میانگین مساحت مربع‌ها}$$

$$\bar{x} \text{ جدید} = 234$$

۱۰- گزینه «۴»

متوسط

$$\bar{x} = \frac{240}{30} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{30} - \bar{x}^2 = \frac{2190}{30} - 64 = 73 - 64 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} = 0.375$$



۱۱- گزینه «پ»

دشوار

حواستون باشه! (۱) میانگین داده‌ها از فرمول $\bar{X} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$ به دست می‌آید.

(۲) همچنین تعداد داده‌ها از رابطه $n = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{قدرنسبت}}$ به دست می‌آید.

(۳) مجموع داده‌هایی که تشکیل دنباله حسابی می‌دهند:

$$\text{تعداد} \times \frac{(\text{اولی} + \text{آخری})}{2}$$

$$n = \frac{a + 105 - a - 3}{3} + 1 = 35 \quad \text{مجموع } 3 + 6 + 9 + \dots + 105 = 1890$$

$$\bar{x} = \frac{35a + 1890}{35} = a + 54$$

۱۲- گزینه «پ»

متوسط

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{150} = 12 \quad (150 \text{ داده})$$

$$2x_1 + 3, 2x_2 + 3, \dots, 2x_{150} + 3 \xrightarrow{\text{میانگین جدید}} 2(12) + 3 = 27$$

اگر تمام داده‌ها ۲ برابر شده انحراف معیار نیز ۲ برابر می‌شود.

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیمی}}} = \frac{\frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}}}{\frac{\sigma_{\text{قدیمی}}}{\bar{x}}} = \frac{\frac{2\sigma}{27}}{\frac{\sigma}{12}} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

۱۳- گزینه «پ»

متوسط

حواستون باشه! برای یافتن گروه بهتر باید CV دو گروه را تشخیص دهیم

گروهی که CV کمتری دارد کاربرد بهتری دارد.

$$CV_1 = \frac{\delta_1}{x_1} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16} \Rightarrow CV_1 > CV_2$$

$$CV_2 = \frac{\delta_2}{x_2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

پس گروه دوم کارکرد بهتری داشته است.

۱۴- گزینه «پ»

دشوار

ابتدا داده‌ها را به ترتیب می‌کنیم:

$$Q_1 = \frac{11 \cdot 9 + 12 \cdot 3}{2} = 12/1$$

10/6, 10/6, 11/2, 11/5, 11/9	12/3, 12/7, 12/8, 13/5, 30/2
↓ Q ₁	↓ Q ₃

شماره میانه در صورتی که تعداد داده‌ها زوج باشد

$$\frac{n}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow \text{ام } 5 \text{ و } 6$$

$$\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11/2 + 12/8 - 2(12/1)}{12/8 - 11/2} = \frac{24 - 24/2}{1/6} = \frac{-6/2}{1/6} = -6/125$$

۱۵- گزینه «پ»

دشوار

تمام داده‌ها را ۸ واحد کم می‌کنیم.

$$2, 2, 0, 0, 0, 0, -1, -3$$

$$\bar{x} = \frac{2+2+0+0+0+0+(-1)+(-3)}{7} = \frac{0}{7} = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-0)^2 + (2-0)^2 + 3(0-0)^2 + (-1-0)^2 + (-3-0)^2}{7}$$

$$= \frac{4+4+1+9}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\sigma = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

اگر تمام داده‌ها را ۸ واحد کم کنیم، میانگین نیز ۸ واحد کم می‌شود. پس

$$\bar{x} = 8 \quad \text{اما واریانس تغییر نمی‌کند پس} \quad \sigma = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{534}{1000} = 0/20$$

۱۶- گزینه «ا»

دشوار

حواستون باشه! برای یافتن دقت بیشتر، CV کمتر مدنظر است.

$$CV_A \Rightarrow \sigma_A^2 = \frac{(12-14)^2 + (13-14)^2 + (14-14)^2 + (15-14)^2 + (16-14)^2}{5}$$

$$= \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{2}}{14}$$

$$CV_B \Rightarrow \sigma_B^2$$

$$= \frac{(11/5-14/5)^2 + (13-14/5)^2 + (15/5-14/5)^2}{5} + \frac{(16-14/5)^2 + (16/5-14/5)^2}{5}$$

$$\sigma_A^2 = \frac{9+2/25+1+2/25+4}{5} = \frac{18/5}{5} = 3/7 \Rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{3/7}}{14/5}$$

CV_A کوچک‌تر است پس دقت بیشتری دارد.

۱۷- گزینه «پ»

دشوار

از تمام داده‌ها ۱۱ واحد کم می‌کنیم

$$-1, -1, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3, 3, 3$$

$$\bar{x} = \frac{5(-1) + 7(3)}{16} = \frac{-5+21}{16} = 1 \xrightarrow{\text{میانگین واقعی} + 11} \bar{x} = 12 \text{ واقعی}$$

واریانس در جمع و تفریق تغییر نمی‌کند پس

$$\sigma^2 = \frac{5(-1-1)^2 + 7(3-1)^2 + 4(0-1)^2}{16} = \frac{20+28+4}{16} = 3/25$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{3/25}$$

$$CV = \frac{\sqrt{3/25}}{12} \approx 0/15$$



متوسط

۲۳- گزینه «۱»

حواستون باشه‌ها!

در داده‌هایی که دنباله حسابی تشکیل دهند میانه و میانگین برابر هستند در نتیجه اختلاف آن‌ها صفر است.

آسان

۲۴- گزینه «۴»

حواستون باشه‌ها! مجموع اختلاف از میانگین‌ها برابر با صفر است، پس چهار (+۱) و چهار (-۱) داشته‌ایم و داده‌ای که با میانگین برابر بوده است در نتیجه:

$$\sigma^2 = \frac{4(-1)^2 + 4(+1)^2 + 0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

دشوار

۲۵- گزینه «۲»

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12}(N^2 - 1) = \frac{1}{12}(7^2 - 1) = 4 \Rightarrow \sigma = 2$$

در نتیجه میانگین برابر ۴ خواهد بود در نتیجه چون دنباله حسابی از اعداد طبیعی است میانه و میانگین برابر خواهند بود در نتیجه

دسته اول: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

این عمل تا جایی ادامه دارد که مکعب انحراف معیار میانگین دسته آخر را بدهد یعنی $\sigma = 2$ در نتیجه میانه دسته آخر برابر ۸ است. پس دسته آخر بصورت ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱ است.

حال اختلاف کوچک‌ترین عضو دسته اول و دسته آخر $5 - 1 = 4$ است.

دشوار

۲۶- گزینه «۲»

اعداد زوج متوالی، دنباله حسابی تشکیل می‌دهند پس واریانس آن‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12}(N^2 - 1) \Rightarrow \sigma^2 = \frac{4}{12}(7^2 - 1) = \frac{1}{3} \times 48 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

پس میانگین برابر ۸ خواهد بود و چون دنباله حسابی است میانه و میانگین با یکدیگر برابر خواهد بود پس دسته اول به صورت ۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴ است.

حال اگر تا مجذور انحراف معیار یعنی ۱۶ میانگین دسته‌ها را ادامه دهیم خواهیم داشت:

دسته دوم: ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶

دسته سوم: ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸

:

دسته چهارم: ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۲

اختلاف بزرگ‌ترین داده در دو دسته برابر با $22 - 14 = 8$ خواهد بود.

متوسط

۱۸- گزینه «۴»

مجموع اختلاف از میانگین‌ها صفر می‌شود پس

$$3 + (-1) + b + (-1) + 0 + a = 0 \Rightarrow b + a = -1$$

$$\sigma^2 = \frac{9 + 1 + b^2 + 1 + 0 + a^2}{6} = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 = 13$$

با توجه به اطلاعات به دست آمده b باید بزرگ‌تر و منفی باشد پس $b = -3$.

متوسط

۱۹- گزینه «۳»

توصیف سؤال به این معناست که

$$\begin{array}{c} \text{میانگین دسته اول } M_1 \\ \hline a \\ \text{داده‌های کمتر از میانه } n_1 \text{ تا} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{میانگین دسته دوم } M_2 \\ \hline b \\ \text{داده‌های کمتر از میانه } n_2 \text{ تا} \end{array}$$

$$Q_2 = \frac{a+b}{2} = 3 \Rightarrow a+b=6$$

$$-M_1 + 6 = M_2$$

$$6 = M_1 + M_2 \xrightarrow[\text{برابر با میانگین این دو دسته است}]{\text{پس میانگین کل داده‌ها}} \frac{M_1 + M_2}{2} = 3$$

متوسط

۲۰- گزینه «۴»

اگر هیچ کدام از داده‌ها با میانگین برابر نباشند، مجموع انحرافات از میانگین نمی‌تواند صفر شود!

چون ۸۳ داده داریم و امکان نداره که جمع تعداد فردی از ۱ یا -۱ با هم صفر شوند، پس حداقل یکی از داده‌ها باید برابر میانگین باشد.

متوسط

۲۱- گزینه «۱»

با توجه به دسته‌ها مشخص می‌شود که عضو آخر هر دسته ۲ به توان شماره دسته است پس دسته سیزدهم بصورت $\{2^{12}, 2^{13}, \dots, 2^{12} + 1\}$ است و چون اعداد طبیعی است پس دنباله حسابی است در نتیجه میانه و میانگین برابر هستند پس

$$\begin{aligned} \text{میانگین} &= \text{میانه} = \frac{2^{12} + 1 + 2^{13}}{2} = \frac{2^{12} + 2 \times 2^{12}}{2} + \frac{1}{2} \\ &= 2048 \times 3 + \frac{1}{2} = 6144 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

متوسط

۲۲- گزینه «۴»

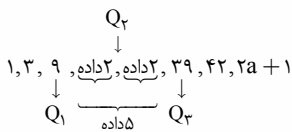
اگر واریانس ۴ بوده است پس

$$4 = \frac{9 + a^2 + 0 + 9 + b^2 + 1}{6}$$

$$24 = 19 + a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow ab = -2$$

۳- گزینه «۴»

متوسط



$$\frac{18 + 23 + 23 + a + a}{5} = 26$$

میانگین بین چارک اول و سوم

$$a = 33 \text{ پس } 2(33) + 1 = 67$$

$$\text{در نتیجه میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم } = \frac{42 + 67}{2} = 54.5$$



متوسط

-۱

(آ) نادرست. با داده دور افتاده تنها میانه معیار مناسبی است.

(ب) درست

(پ) نادرست. ناسازگار به معنای $A \cap B = \emptyset$ است و $P(\emptyset) = 0$ خواهد بود

در حالی که در پیشامدهای مستقل $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ است.

(ت) نادرست. جمع و تفریق بر روی واریانس تغییری ایجاد نمی‌کند.

متوسط

-۲

(آ) صفر

(ب) ۵۰٪

(پ) چون انحراف معیار تغییر نمی‌کند اما میانگین به اندازه C اضافه می‌شود

پس با توجه به $CV = \frac{\sigma}{x}$ مخرج بزرگ‌تر و در نتیجه کسر کوچک‌تر می‌شود.

(ت) زوج

دشوار

-۳

اعداد فرد ۱ تا ۹، $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ و اعداد زوج ۱ تا ۹، $\{2, 4, 6, 8\}$ است.

$$P(\text{مجموع آن‌ها فرد باشد} \mid \text{هر سه عدد فرد باشند}) = \frac{n(\text{مجموع آن‌ها فرد باشد و هر سه عدد فرد باشند})}{n(\text{مجموع آن‌ها فرد باشد})}$$

۲ عدد زوج و ۱ عدد فرد باشد یا هر سه فرد باشند = مجموع سه عدد فرد باشد

$$= \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{1}{1} = 10 + 3 = 13$$

$$P(A \mid B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

۲۷- گزینه «۳»

دشوار

اختلاف دو عدد زمانی فرد خواهند بود که یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد باشد پس دسته دوم به صورت زیر است:

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{50, 51}_{\text{تا } 1} & \underbrace{52, 49}_{\text{تا } 3} & \underbrace{53, 48}_{\text{تا } 5} \dots \underbrace{1, 100}_{\text{تا } 99} \end{array}$$

اعداد دسته جدید: ۱, ۳, ۵, ..., ۹۹

$$\bar{x} = \frac{1+3+5+\dots+99}{50} = \frac{1+(2n-1)=n^2}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

با توجه به نکته

دشوار

۲۸- گزینه «۳»

با توجه به صورت سؤال دسته دوم اعداد زوج تک رقمی و غیرتکراری هستند پس:

دسته دوم ۲, ۴, ۶, ۸

در نتیجه دسته اول ۱, ۳, ۷, ۹ است.

$$\bar{x} = \frac{1+9}{2} = 5 \Rightarrow CV \text{ دسته اول}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{4} = \frac{16+4+4+16}{4} = 10$$

$$CV_1 = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{2+8}{2} = 5 \Rightarrow CV \text{ دسته دوم}$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2}{4} = \frac{9+1+1+9}{4} = 5$$

$$CV_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \sqrt{2}$$

دشوار

۲۹- گزینه «۴»

حواستون باشه!! واریانس اعدادی که دنباله حسابی تشکیل می‌دهند از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12}(N^2 - 1) \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(2)^2}{12}(3^2 - 1) = \frac{4}{12}(9 - 1) = \frac{8}{3}$$

چون به دنبال کوچک‌ترین ضریب تغییرات هستیم $CV = \frac{\sigma}{x}$ پس باید

بزرگ‌ترین میانگین را داشته باشیم همچنین چون در دنباله‌های حسابی میانگین

برابر با عدد وسط است در نتیجه سه‌تایی $\{94, 96, 98\}$ دسته مورد نظر است.

$$CV = \frac{\sqrt{\frac{8}{3}}}{96} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3} \times 96} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{24\sqrt{6}}$$

آسان

-۹

$$\bar{x} = \frac{(2 \times 1) + (4 \times 2) + (2 \times 3) + (2 \times 4) + 5 + 7}{12} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{2(1-3)^2 + 4(2-3)^2 + 2(3-3)^2 + 2(4-3)^2 + 1(5-3)^2 + 1(7-3)^2}{12}$$

$$\sigma^2 = \frac{8 + 4 + 0 + 2 + 4 + 16}{12} = 2/3$$

متوسط

-۱۰

توجه کنید که چون جمع و تفریق داده‌ها بر روی واریانس و انحراف معیار تأثیری ندارد پس می‌توان ابتدا تمام داده‌ها را با کم کردن ۱۰۰ کوچک کرد

پس:

۱, ۲, ۳, ۴, ۵

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5}$$

$$= \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

متوسط

-۱۱

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5}$$

$$= \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

متوسط

-۱۲

$$CV_A \Rightarrow \bar{x}_A = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\sigma_A^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = 2$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$CV_B \Rightarrow \bar{x}_B = \frac{1+4+7+12+16}{5} = 8$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(1-8)^2 + (4-8)^2 + (7-8)^2 + (12-8)^2 + (16-8)^2}{5}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{49+16+1+16+64}{5} = 29/2$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{29/2}}{8} \Rightarrow CV_B > CV_A$$

پس A عملکرد بهتری داشته است.

دشواری

-۱۴

$$P(A) = 2P(B)$$

↑ ↑
قلبی ریوی

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = 2P(B) + P(B) - 2P^2(B) \Rightarrow \frac{1}{4} = 2P(B) - 2P^2(B)$$

$$8P^2(B) - 12P(B) + 1 = 0$$

$$\Delta = 144 - 4(8) = 144 - 32 = 112$$

$$P(B) = \frac{12 \pm \sqrt{112}}{2} \Rightarrow \frac{12 - \sqrt{112}}{2} \approx 0.75 \Rightarrow P(A) = 2 \times 0.75 = 1.5$$

متوسط

-۵

$$1) P(A \cup B) - P(A \cap B) \xrightarrow{\text{مستقل}}$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A) \times P(B) = 0.2 + 0.3 - 2(0.06)$$

$$= 0.5 - 0.12 = 0.38$$

$$2) 1 - P(\text{هر دو تیم انتخاب شوند}) = 1 - P(A) \times P(B)$$

$$= 1 - 0.2 \times 0.3 = 1 - 0.06 = 0.94$$

دشواری

-۶

$$P(\text{اولین و دومین بار رو آمده باشد | پشت آمدن سکه سوم}) =$$

اولین بار	اولین رو	اولین و دومین رو	آخری پشت
پشت	دومین پشت	دومین پشت	پشت
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

متوسط

-۷

$$1) \bar{x} = \frac{(2 \times 3) + (2 \times 2) + (3 \times 1) + 25}{8} = \frac{6+4+3+25}{8} = \frac{38}{8}$$

ب) $Q_2 \xrightarrow{\text{مرتب}} 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 25$
 $\downarrow$
 Q_2

پ) با توجه به این که داده دور افتاده داریم میانه معیار بهتری است.

متوسط

-۸

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_8}{8} = \frac{128}{8} = 16$$

$$\text{جدید } \bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_8 + 30 + 3 + 15}{11} = \frac{128 + 48}{11} = 16$$

حواستون به این نکته همیشه باشه که اگر میانگین داده‌هایی که اضافه می‌کنید

برابر با میانگین داده‌های اولیه باشد با اضافه کردن داده‌های دوم، میانگین کل

داده‌ها تغییر نمی‌کند.

متوسط

-۵

$$\bar{I}) P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ - (۰/۷ \times ۰/۴)$$

$$= ۰/۷ - ۰/۲۸ = ۰/۴۲$$

$$ب) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۴ + ۰/۷ - ۰/۲۸ = ۰/۸۲$$

آسان

-۶

$$P(A) = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲} \quad P(B) = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

$$A \cap B = \{(۲, ۲)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۳۶}$$

$$P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$$

مستقل نیستند

متوسط

-۷

حواستون باشه! هر اتفاقی برای تمام داده‌ها بیفتد برای میانگین و میانه نیز اتفاق می‌افتد.

$$\bar{I}) \quad \bar{x} \Rightarrow x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

$$\downarrow \quad \downarrow + ۷$$

$$\bar{x} + ۷ \Rightarrow x_1 + ۷, x_2 + ۷, \dots, x_n + ۷$$

$$\downarrow \quad \downarrow \times ۲$$

$$۲(\bar{x} + ۷) \quad ۲(x_1 + ۷), ۲(x_2 + ۷), \dots, ۲(x_n + ۷)$$

پس میانگین $۲\bar{x} + ۱۴$ واحد می‌شود.

$$ب) x_1, x_2, \dots, x_n \Rightarrow Q_2$$

$$x_1 + ۷, \dots, x_n + ۷ \Rightarrow Q_2 + ۷$$

$$۲(x_1 + ۷), \dots, ۲(x_n + ۷) \Rightarrow ۲(Q_2 + ۷)$$

دشوار

-۸

$$\bar{I}) \Rightarrow \frac{n+1}{۲} = ۱۶۳ \Rightarrow \text{شماره میانه با تعداد فرد}$$

تعداد زوج تا ۶۲	↓	تعداد زوج تا ۶۲
۶۳مین داده Q_2		

$$ب) \Rightarrow \frac{n}{۲} \text{ و } \frac{n}{۲} \Rightarrow \frac{۶۲}{۲} = ۳۱ \text{ ام و } ۳۲ \text{ ام}$$

$$۳) \Rightarrow \frac{n}{۲} \text{ و } \frac{n}{۲} \Rightarrow \frac{۶۲}{۲} = ۳۱ \text{ ام و } ۳۲ \text{ ام} \Rightarrow ۳۱ + ۶۳ = ۹۴ \text{ ام}$$

آسان

-۹

چون مجموع یک عدد با تمام داده‌ها بر روی واریانس تأثیری ندارد پس

مجموع ۳ تأثیری بر واریانس نخواهد داشت اما چون تمام داده‌ها ۴ برابر

می‌شود واریانس ۱۶ برابر خواهد شد.



آسان

-۱

(آ) نادرست، a^2 برابر می‌شود.(ب) نادرست، به معنای حداقل **A** یا **B** اتفاق بیفتد است.

(پ) درست

(ت) درست

آسان

-۲

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (\bar{I})$$

(ب) میانگین داده‌های جدید و میانگین داده‌های اولیه برابر بوده است.

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \quad (پ)$$

(ت) صفر

متوسط

-۳

$$P(\underbrace{\text{مجموع اعداد رو شده ۶ است}}_A | \underbrace{\text{هر دو عدد رو شده فرد باشند}}_B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$n(\text{مجموع اعداد رو شده ۶ است}) = \{(۱, ۵), (۵, ۱), (۳, ۳), (۲, ۴), (۴, ۲)\}$$

$$n(A \cap B) = n(\text{مجموع اعداد ۶ باشد و هر دو عدد فرد باشند}) = \{(۱, ۵), (۵, ۱), (۳, ۳)\}$$

$$P(A | B) = \frac{۳}{۵}$$

دشوار

-۴

احتمال قبولی دو دانش‌آموز پیشامدهای مستقل از یکدیگرند.

$$P(A) = ۳P(B)$$

قبولی خود دانش‌آموز	↓	قبولی دوست دانش‌آموز
------------------------	---	-------------------------

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{۳}{۴} = ۳P(B) + P(B) - P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{۳}{۴} = ۴P(B) - ۳P^2(B)$$

$$۱۲P^2(B) - ۱۶P(B) + ۳ = ۰$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = ۱۶^2 - 4(۳۶) = ۲۵۶ - ۱۴۴ = ۱۱۲$$

$$P(B) = \frac{۱۶ \pm \sqrt{۱۱۲}}{۲} \rightarrow \frac{\sqrt{۱۱۲} \approx ۱۰/۲}{۲} \rightarrow P(B) = \frac{۱۶ \pm ۱۰/۲}{۲}$$

متوسط

۲- گزینه «۱»

۱۰۰ بار اول چون پشت آمده و پیشامدها مستقل هستند پس ۱۰۱ امین بار مستقل از دفعات گذشته است پس باز هم احتمال آن تنها $\frac{1}{2}$ است.

متوسط

۳- گزینه «۲»

قبول شدن مستقل است پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \frac{P(A \cap B)}{P(A) \times P(B)}$$

$$P(A \cup B) = 0.5 + 0.7 - 0.35 = 0.85$$

آسان

۴- گزینه «۴»

$$\frac{P(A \cap B)}{\text{مستقل هستند}} = [P(A)]^2$$

$$P(A) \times P(B) = [P(A)]^2 \Rightarrow P(B) = P(A)$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - P(B)$$

آسان

۵- گزینه «۲»

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) - P(A)P(B) = 0.9 - 0.9 \times 0.6 = 0.9 - 0.54 = 0.36$$

آسان

۶- گزینه «۲»

$$P(A' \cap B') = P(A')P(B')$$

$$= (1 - P(A))(1 - P(B)) = 0.6 \times 0.3 = 0.18$$

دشواری

۷- گزینه «۱»

P (مجموع اعداد رو شده برابر ۷ باشد | یکی از آن‌ها ۵ باشد)

$$= \frac{n(\text{مجموع اعداد رو شده ۷ باشد و یکی از آن‌ها ۵ باشد})}{n(\text{مجموع اعداد رو شده برابر ۷ باشد})}$$

$$= \frac{\{(2,5), (5,2)\}}{\{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

متوسط

۸- گزینه «۴»

P (حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود | دو تاس عدد متوالی را نشان دهد)

$$= \frac{n(\text{حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود و دو تاس عدد متوالی باشد})}{n(\text{حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود})}$$

$$= \frac{\{(4,5), (5,6), (6,5), (5,6)\}}{\{(5,1), (5,2), \dots, (5,6), (1,5), (2,5), \dots, (6,5)\}} = \frac{4}{11}$$

آسان

۹- گزینه «۱»

این عبارت درست را در ذهن بسپارید.

متوسط

۱۰- گزینه «۱»

این عبارت درست را در ذهن بسپارید.

متوسط

۱۰-

$$-1 + 4 + (-3) + 5 + 7 + a = 0 \Rightarrow a = -12$$

$$\sigma^2 = \frac{(-1)^2 + 4^2 + (-3)^2 + 5^2 + 7^2 + (-12)^2}{6} = 40/6$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{40/6}$$

متوسط

۱۱-

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 4 = \frac{\sigma}{20} \Rightarrow \sigma = 80$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 6400 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{8}$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 6400 \times 8 = 51200$$

متوسط

۱۲-

انحراف معیار هر دو گروه ۲ برابر می‌شود پس:

$$2\sigma_A \leftarrow \sigma_A$$

$$2\sigma_B \leftarrow \sigma_B$$

میانگین هر دو گروه ۵ واحد اضافه و سپس ۲ برابر می‌شود.

$$2\bar{x}_A + 10 \leftarrow \bar{x}_A + 5 \leftarrow \bar{x}_A$$

$$2\bar{x}_B + 10 \leftarrow \bar{x}_B + 5 \leftarrow \bar{x}_B$$

$$CV_A = \frac{2\sigma_A}{2\bar{x}_A + 10} = \frac{\cancel{2}\sigma_A}{\cancel{2}(\bar{x}_A + 5)} = \frac{\bar{x}_A}{\bar{x}_A + 5}$$

یعنی در گروه A مخرج ۵ واحد اضافه می‌شود پس ضریب تغییرات کاهش می‌یابد.

در گروه B نیز مشابه است.



متوسط

۱- گزینه «۳»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.37 + 0.45 - 0.31 = 0.51$$

دشوار

۱۹- گزینه «۴»

$$2x_1 - 3, \dots, 2x_n - 3 \Rightarrow \bar{x} = 15$$

↓ +۳ همه داده‌ها به علاوه ۳

$$2x_1, \dots, 2x_n \Rightarrow \bar{x} = 18$$

↓ ÷۲ همه داده‌ها تقسیم بر ۲

$$x_1, \dots, x_n \Rightarrow \bar{x} = 9$$

↓ ×۳ همه داده‌ها ضربدر ۳

$$3x_1, \dots, 3x_n \Rightarrow \bar{x} = 27$$

↓ +۱ همه داده‌ها به علاوه یک

$$3x_1 + 1, \dots, 3x_n + 1 \Rightarrow \bar{x} = 28$$

دشوار

۲۰- گزینه «۳»

اگر انحراف معیار داده‌های $x_1, \dots, x_n$ برابر ۴ باشد انحراف معیار

$x_1 + 2, \dots, x_n + 2$ نیز برابر ۴ خواهد بود پس:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

↓

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = 16$$

پس میانگین $x_1 + 2, \dots, x_n + 2$ برابر ۱۶ خواهد بود.

پس میانگین $x_1, \dots, x_n$ برابر ۱۴ خواهد بود.

متوسط

۱۱- گزینه «۲»

$$\bar{x} = \frac{8 \times 5 + 12 \times 10}{20} = \frac{160}{20} = 8$$

متوسط

۱۲- گزینه «۳»

$$\text{میانگین جدید} = \frac{x_1 + \bar{x} + x_2 + 2\bar{x} + \dots + x_n + n\bar{x}}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{(1 + 2 + \dots + n)\bar{x}}{n}$$

↓

$$= \bar{x} + \frac{n(n+1)\bar{x}}{n} = \bar{x} + \left(\frac{n+1}{2}\right)\bar{x} = \left(\frac{n+3}{2}\right)\bar{x}$$

آسان

۱۳- گزینه «۳»

میانگین، عددی بین بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار داده‌ها خواهد بود.

آسان

۱۴- گزینه «۱»

می‌دانیم که جمع و تفریق در واریانس و انحراف معیار تأثیری ندارد.

متوسط

۱۵- گزینه «۳»

چون انحراف معیار صفر است یعنی تمام داده‌ها با هم برابرند پس میانگین نیز

با آن‌ها برابر است.

متوسط

۱۶- گزینه «۲»

دسته‌ای که دامنه تغییرات بیشتری داشته باشد واریانس بیشتری دارد.

متوسط

۱۷- گزینه «۱»

$$\bar{x} = \frac{8 + 10 + 12 + 14}{4} = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{(8-11)^2 + (10-11)^2 + (12-11)^2 + (14-11)^2}{4} = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

$$CV = \frac{\sqrt{5}}{11}$$

دشوار

۱۸- گزینه «۴»

با جمع و تفریق انحراف معیار تغییر نمی‌کند اما میانگین ۱ واحد اضافه می‌شود

پس:

$$\bar{x} = 5 \xrightarrow{\text{۱ واحد به تمام داده‌ها}} \bar{x} = 6$$

$$\sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \xrightarrow{\text{۱ واحد به تمام داده‌ها}} \sigma = 2 \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



۸- گزینه «ا»

$$P(x - y) = P(x) - P(x \cap y)$$

$$P(x) - P(x) \times P(y)$$

$$0/5 - 0/5 \times 0/8 = 0/5 - 0/4 = 0/1$$

۹- گزینه «ب»

$$n(A) = \binom{3}{1} \binom{5}{1} = 15$$

$$n(S) = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \Rightarrow \frac{15}{28}$$

۱۰- گزینه «ا»

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\frac{7}{27} = 4P(B) - 3P^2(B) \leftarrow \frac{P(A)=3P(B)}{27}$$

$$81P^2(B) - 108P(B) + 20 = 0 \Rightarrow (9P(B) - 2)(2P(B) - 10) = 0$$

$$P(B) = \frac{2}{9}, P(B) = 5 \text{ غ قق}$$

$$\downarrow$$

$$P(A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۱۱- گزینه «ب»

$$P(A) = 0/4$$

$$P(B|A) = 0/6 \Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0/6 = \frac{P(A \cap B)}{0/4}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/24$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0/4 + 0/3 - 0/24 = 0/46$$

۱۲- گزینه «ب»

$$P(\text{مجموع دو تاس } 10 \text{ و هر دو تاس فرد}) = \frac{n(\text{مجموع دو تاس } 10 \text{ باشد | هر دو تاس فرد})}{n(\text{مجموع دو تاس } 10)}$$

$$= \frac{\{(5,5)\}}{\{(6,4)(4,6)(5,5)\}} = \frac{1}{3}$$

۱۳- گزینه «ب»

$$n(S) = \binom{7}{1} \binom{7}{1} = 7 \times 7 = 49$$

$$n(A) = \binom{3}{1} \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{49}$$



۱- گزینه «ب»

$$P(A' \cup B) = P(A \cap B')' = 1 - P(A \cap B') = 1 - P(A - B)$$

$$= 1 - [P(A) - P(A \cap B)] = 1 - [\frac{2}{3} - \frac{1}{4}] = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

۲- گزینه «ب»

$$P(\text{رو آمدن}) = 1 - P(\text{پشت آمدن})$$

$$P(A) = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right) = 4 \times \frac{1}{3^3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$$

احتمال
رو آمدن
پشت آمدن
از ۴ پرتاب
انتخاب ۳ پرتاب
احتمال

۳- گزینه «ب»

$$P(A)P(B) + P(A \cap B)' = 1$$

$$P(A)P(B) + 1 - P(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A)P(B) = P(A \cap B)$$

A و B مستقل اند

۴- گزینه «ب»

(مجموع دو عدد رو شده ۶ باشد | هر دو عدد زوج باشد)

$$= \frac{n(\text{مجموع ۶ باشد و هر دو زوج باشد})}{n(\text{مجموع دو عدد ۶ باشد})} = \frac{\{(2,4)(4,2)\}}{\{(1,5), (5,1), (3,3), (2,4)(4,2)\}} = \frac{2}{5}$$

۵- گزینه «ب»

۴ نفر به ۴! = ۲۴ حالت سوار اتوبوس می‌شوند که در نیمی از این حالت A

قبل از B وارد شده است.

۶- گزینه «ب»

(در درس ریاضی تجدید شده | در درس فیزیک تجدید شده)

$$= \frac{P(\text{ریاضی تجدید شده‌اند و فیزیک تجدید شده‌اند})}{P(\text{ریاضی تجدید شده‌اند})} = \frac{\%10}{\%20} = \frac{1}{2} = 0/5$$

۷- گزینه «ب»

$$\frac{P(A|B)}{P(A-B)} = \frac{\frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{P(A) - P(A \cap B)} = \frac{\frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)}}{P(A) - P(A)P(B)}$$

$$= \frac{\cancel{P(A)}}{\cancel{P(A)}[1 - P(B)]} = \frac{1}{P(B')}$$



۱۴- گزینه «۲»

$$P(\text{هر دو زوج} | \text{مجموع } 8) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{هر دو زوج} | \text{مجموع } 4) = \frac{1}{9}$$

$$\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

۱۵- گزینه «۳»

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{520}{5} - 10.2 = 104 - 100 = 4$$

۱۶- گزینه «۴»

هر داده $x_i = 5 - 2u$ است، یعنی هر داده از u_i در (-2) ضرب و ۵ واحد

اضافه شده است پس واریانس در ۴ ضرب و جمع و تفریق بر آن تأثیری ندارد.

۱۷- گزینه «۴»

واریانس صفر به معنای برابری داده‌ها است پس $a = b = c = d = 3$ است

پس داده‌های جدید ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ خواهد بود پس

$$\bar{x} = \frac{5 + 6 + 7 + 8 + 9}{5} = 7$$

۱۸- گزینه «۱»

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\sigma}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sigma = 1 \Rightarrow \sigma^2 = 1$$

$$1 = \frac{\sum x_i^2}{10} - 25 \Rightarrow 26 = \frac{\sum x_i^2}{10} \Rightarrow \sum x_i^2 = 260$$

۱۹- گزینه «۲»

تمام داده‌ها دو برابر شده است پس انحراف معیار نیز دو برابر شده است.

۲۰- گزینه «۴»

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{396}{10} - 6^2 = 3.6$$