پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ رونویسی از کروموزوم‌های اصلی در یوکاریوت‌ها در هسته صورت می‌گیرد. پروکاریوت‌ها هسته و راکیزه ندارند.

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ آنچه که تعیین می‌کند کدام آمینواسید در توالی یک پروتئین قرار بگیرد، توالی سه نوکلئوتیدی درون رنای پیک بالغ است که کدون نام دارد. درضمن تمام ژن‌ها به پروتئین ترجمه نمی‌شوند.

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ بیشتر آمینواسیدها بیش از یک کدون دارند. رمزه‌های پایان، پادرمزه ندارند. پادرمزه شامل سه باز است (نه سه جفت باز!). اما هر پادرمزه قطعاً مربوط به یک نوع آمینواسید خاص است.

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ در فرایند ترجمه در استرپتوکوکوس نومونیا، پس از اتصال بخش بزرگ‌تر ریبوزوم در مجاورت کدون آغاز به بخش کوچک، ساختار رناتن کامل شده و $tRNA$ای مربوط به رمز دوم، وارد جایگاه A می‌شود.

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ رنابسپاراز ۲ پروتئین است و مونومرهایش با پیوند پپتیدی به هم متصل می‌باشند. در حالی که، رنای ناقل اسید نوکلئیک است که در آن مونومرها با پیوند فسفودی‌استر به هم متصل شده‌اند.

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ A محل آنتی‌کدون و B محل اتصال آمینواسید می‌باشد. C و D دو بازوی کمکی $tRNA$ را نشان می‌دهند.

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ریزوبیوم نوعی باکتری است. در باکتری‌ها، هر مولکول رنا از روی بخشی از یک رشتهٔ دنای سیتوپلاسمی (حلقوی) ساخته می‌شود.

سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در یوکاریوت‌ها مولکول‌های رنا درون هسته تولید می‌شوند. مولکول‌های رنا انواع مختلفی دارند؛ برخی رناها در تنظیم بیان ژن نقش دارند و محل فعالیت آنها می‌تواند هسته باشد.

گزینهٔ «۲»: برخی مولکول‌های رنا خاصیت آنزیمی دارند.

گزینهٔ «۴»: از اطلاعات دنا برای تولید پلی‌پپتید و یا رنا استفاده می‌شود. که در هر صورتی ابتدا باید در اثر رونویسی رنا ساخته شود.

۸ ۱ ۲ ۳ ۴ تمام رناهای ناقل فقط در قسمت آنتی‌کدون و نوع آمینواسیدی که حمل می‌کنند تفاوت اساسی دارند و عموماً در سایر بخش‌ها تفاوت چندانی ندارد.

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ سرنوشت هر پروتئین ساخته‌شده به توالی‌های آمینواسیدی آنها بستگی دارد. توالی‌های آمینواسیدی همان ساختار اول پروتئین‌ها است.

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هر جابه‌جایی ریبوزوم به اندازهٔ یک کدون سه حرفی است.

گزینهٔ «۲»: رنای ناقل واردشده به جایگاه A ممکن است با آن جفت نشود و از آنجا خارج شود.

گزینهٔ «۴»: کدون پایان آنتی‌کدون ندارد.

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ زمانی که آخرین پادرمزه وارد جایگاه P می‌شود، یکی از سه رمزهٔ پایان (UAA، UAG یا UGA) در جایگاه A قرار می‌گیرند که هر ۳ رمزه دارای باز A می‌باشند.

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ در مرحلهٔ آغاز $tRNA$ آغازگر و در مرحلهٔ پایان $tRNA$ مربوط به کدون قبل از کدون پایان در ساختار رناتن وجود دارد. در مرحلهٔ طویل شدن نیز دو $tRNA$ به طور هم‌زمان درون رناتن قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تشکیل پیوندهای پپتیدی فقط در مرحلهٔ طویل شدن انجام می‌شود.

گزینهٔ (۲): در مرحلهٔ پایان مولکولی که وارد می‌شود عامل پایان ترجمه است که فاقد جایگاه اتصال برای آمینواسید است.

گزینهٔ (۴): $rRNA$ مسئول تشکیل پیوندهایی پپتیدی می‌باشد که این عمل را در مرحلهٔ طویل شدن انجام می‌دهد.

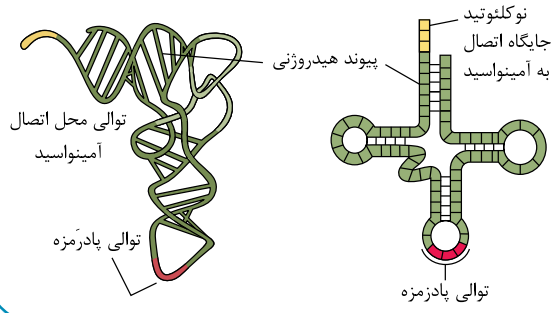
۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ دو حلقهٔ ارتباطی یکی برای آمینواسید و یکی برای کدون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اولین $tRNA$ای که وارد جایگاه A می‌شود، قبلاً وارد جایگاه P نشده است و مستقیماً وارد جایگاه A می‌شود.

گزینهٔ (۳): ساختار سه‌بعدی $tRNA$ در سلول شبیه حرف L است.

گزینهٔ (۴): قسمت‌هایی از مولکول $tRNA$ به علت وجود رابطهٔ مکملی و تشکیل پیوند هیدروژنی روی هم تا خورده‌اند.



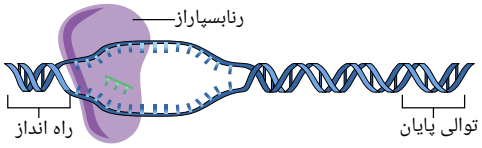
۱۴ ۱ ۲ ۳ **۴** مدنظر سؤال با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ رونویسی در یوکاریوت‌ها است، در برخی از ژن‌ها، به‌صورت هم‌زمان تعداد زیادی رنابسپاراز از ژن رونویسی می‌کنند. اما تمامی این رنابسپارازها باید از یک نوع باشند. مثلاً اگر ژن موردنظر مربوط به رنای پیک باشد، فقط رنابسپارازهای نوع ۲ می‌توانند از روی آن رونویسی انجام دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

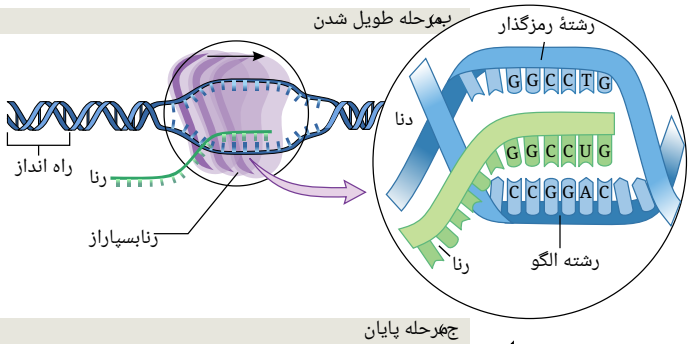
گزینهٔ «۱»: در هر ژن، همواره فقط یک رشته (رشتهٔ الگو) مورد رونویسی قرار می‌گیرد.

گزینهٔ «۲»: در مرحلهٔ طویل شدن، بخشی از رنای در حال ساخت از رشتهٔ الگوی خود جدا می‌شود.

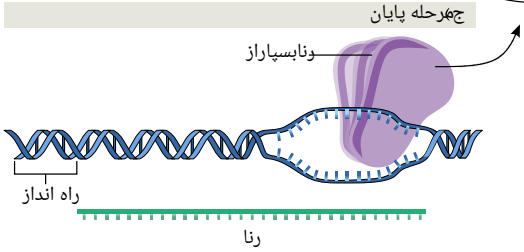
الف) مرحله آغاز



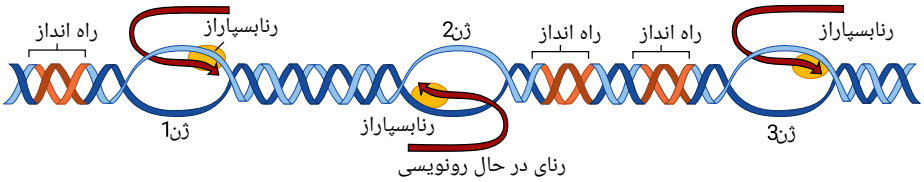
ب) مرحله طویل شدن



ج) مرحله پایان



گزینهٔ «۳»: مشاهده می‌شود که جهت رونویسی در هر رشتهٔ دنا، می‌تواند متفاوت با رشتهٔ دیگر باشد.



۱۵ ۱ ۲ **۳** ۴ مرحله‌ی طویل شدن ترجمه، با ورود $tRNA$ی حامل دومین آمینواسید به جایگاه A ریبوزوم شروع می‌شود.

۱۶ ۱ ۲ **۳** ۴ بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود.چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می شوند.

پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** صابون‌های مایع نمک‌های آمونیوم و پتاسیم اسیدهای چرب‌اند.

رازی ۱۴ مهر

بررسی سایر گزینه‌ها :

گزینهٔ ۲) سر ناقطبی مولکول‌های صابون در چربی نفوذ می‌کند.

گزینهٔ ۳) گروه سولفونات، SO_3^- است.

گزینهٔ ۴) زنجیر آلکیل بخش ناقطبی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد.

۱۸ ۴ ۳ ۲ **۱** برای تشکیل صابون جامد، باید اسید چرب داده شده با $NaOH$ واکنش دهد:

$$\overbrace{C_{17}H_{35}}^{R}COOH + NaOH \rightarrow \underbrace{\overbrace{C_{17}H_{35}}^{R}COONa}_{\text{صابون جامد}} + H_2O$$

$$2\overbrace{C_{17}H_{35}}^{R}COONa + CaCl_2 \rightarrow \underbrace{(\overbrace{C_{17}H_{35}}^{R}COO)_2Ca(s)}_{\text{رسوب}} + 2NaCl(aq)$$

جرم مولی $C_{17}H_{35}COOH = 284g \cdot mol^{-1}$ و جرم مولی $(C_{17}H_{35}COO)_2Ca = 606$ می‌باشد.

$$?g(RCOO)_2Ca = 56/8gRCOOH \times \frac{1mol\ RCOOH}{284g\ RCOOH} \times \frac{1mol\ RCOONa}{1mol\ RCOOH} \times \frac{1mol(RCOO)_2Ca}{2mol\ RCOONa}$$

$$\times \frac{606g(RCOO)_2Ca}{1mol(RCOO)_2Ca} = 60/6g(RCOO)_2Ca$$

روش دوم: تناسب

واکنش اول را برای یکسان شدن ضرایب مادهٔ مشترک ($C_{17}H_{35}COONa$) در دو ضرب می‌کنیم:

$$\underset{2\times 284}{2C_{17}H_{35}COOH} \sim \underset{606}{(C_{17}H_{35}COO)_2Ca}$$

$$\overset{56/8g}{\Rightarrow} \frac{56/8}{568} = \frac{x}{606} \Rightarrow x = 60/6g \qquad \overset{xg}{}$$

۱۹ ۴ ۳ ۲ ۱ مورد اول و چهارم درست بیان شده‌اند.

مورد دوم: نادرست. در این نوع آب‌ها مقادیر چشم‌گیری از یون‌های $Ca^{2+}(aq)$ و $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد.

مورد سوم: نادرست. کلوئید را می‌توان همانند پلی بین محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

مورد پنجم: نادرست. چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر (با جرم مولی زیاد) هستند.

۲۰ ۴ ۳ ۲ ۱ پاک‌کنندهٔ غیرصابونی:

$$R - C_6H_4 - SO_3Na \xrightarrow[(R \text{ سیر شده است.})]{R=C_nH_{2n+1}} C_{14}H_{29}C_6H_4SO_3Na = C_{20}H_{33}SO_3Na$$

پاک‌کنندهٔ صابونی:

$$R - COONa \xrightarrow[(R \text{ سیر شده و دارای ۱۷ اتم کربن است.})]{R=C_nH_{2n+1}} C_{17}H_{35}COONa = C_{18}H_{35}O_2Na$$

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی ۲ اتم کربن بیشتر، ۲ اتم هیدروژن کمتر، یک اتم گوگرد و یک اتم اکسیژن بیشتر دارد.

$$\text{تفاوت جرم مولی} = (2 \times 12) - (2 \times 1) + 32 + 16 = 70$$

۲۱ ۴ **۳** ۲ ۱ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست. با توجه به

$$\text{تفاوت جرم مولی} = 58 - 56 = 2g \Rightarrow \text{بوتن}: C_4H_8 = 56 \ , \ \text{استون}: C_3H_6O = 58$$

$$\text{تفاوت جرم مولی} = 62 - 60 = 2g \Rightarrow \text{اتیلن گلیکول}: C_2H_6O_2 = 62 \ , \ \text{اوره}: CO(NH_2)_2 = 60$$

گزینهٔ «۲»: درست.

گزینهٔ «۳»: نادرست. طول زنجیر هیدروکربنی ساختار داده‌شده کم است و نمی‌تواند صابون باشد.

گزینهٔ «۴»: درست.

$$H - \overset{\overset{:O:}{\|}}{C} - H \Rightarrow \frac{4}{2} = 2 \qquad :\overset{H}{\underset{H}{N}} - \overset{\overset{:O:}{\|}}{C} - \overset{H}{\underset{H}{N}}: \Rightarrow \frac{8}{4} = 2$$

۲۲ ۴ **۳** ۲ ۱ بررسی موارد:

مورد الف) درست است.

مورد ب) نادرست؛ علاوه‌بر زنجیرهٔ هیدروکربنی حلقهٔ بنزنی نیز جزو بخش ناقطبی آن محسوب می‌شود.

پ) درست است.

ت) نادرست؛ در ساختار این پاک‌کننده ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ فرمول عمومی صابون مایع که در آن فلز به‌کار رفته باشد، به‌صورت $RCOOK$ خواهد بود. از طرف دیگر، چون زنجیر هیدروکربنی R دارای یک پیوند دوگانه است، پس می‌توان $R = C_nH_{2n-1}$ در نظر گرفت. همچنین از آنجا که تعداد کل اتم های کربن صابون برابر ۱۸ است، پس n برابر با ۱۷ خواهد بود و فرمول صابون به‌صورت زیر می‌باشد:

$$C_{17}H_{33}COOK \text{ یا } C_{18}H_{33}O_2K$$

$$\text{درصد جرمی فلز} = \frac{\text{جرم } K}{\text{جرم صابون}} \times 100 = \frac{39}{320} \times 100 \simeq 12/18$$

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ کلوئیدها نور را پخش می‌کنند.

کلوئیدها ته‌نشین نمی‌شوند و پایدارند.

رنگ نوعی کلوئید است.

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) هر دو مولکول حاوی H متصل به عناصر N یا O هستند.

گزینهٔ ۲) اتیلن گلیکول (ضد یخ) یک الکل دو عاملی $HO-CH_2-CH_2-OH$ است.

گزینهٔ ۳) در اسیدهای چرب ($RCOOH$)، زنجیرهٔ R طولانی بوده و بخش ناقطبی غالب است که باعث می‌شود ماده در آب نامحلول باشد.

گزینهٔ ۴) فرمول روغن زتون به‌صورت $C_{57}H_{104}O_6$ می‌باشد.

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر سرعت اولیه را v_0 و سرعت در نیمه مسیر را v_1 و سرعت در انتهای مسیر را v_2 فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} v_1^2 - v_0^2 = 2a(\frac{x}{2}) \Rightarrow v_1^2 - 0 = ax \\ v_2^2 - v_1^2 = 2a(\frac{x}{2}) \Rightarrow 12^2 - v_1^2 = ax \end{array}\right\} \Rightarrow v_1^2 = 12^2 - v_1^2$$

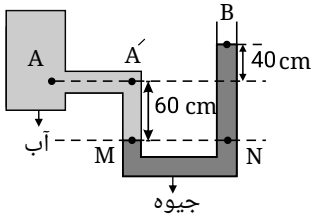
$$\Rightarrow 2v_1^2 = 12^2 \Rightarrow \sqrt{2}v_1 = 12 \Rightarrow v_1 = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ با انتخاب نقاط هم‌تراز M و N و مساوی قرار دادن فشار این نقاط داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{A'} + \rho_{\text{آب}} \cdot g \cdot (h_{A'M}) = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} \cdot g \cdot (h_{BN})$$

$$\xrightarrow{P_{A'}=P_A} P_A + \underbrace{(1000 \times 10 \times \frac{6}{10})}_{6000Pa} = P_0 + \underbrace{(13600 \times 10 \times 1)}_{136000Pa}$$

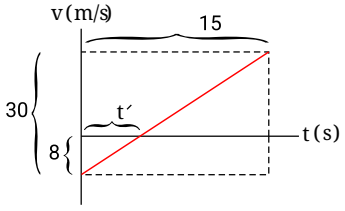
$$\Rightarrow P_A - P_0 = 136000 - 6000 = 130000Pa = 130kPa$$



۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظهٔ تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد.)

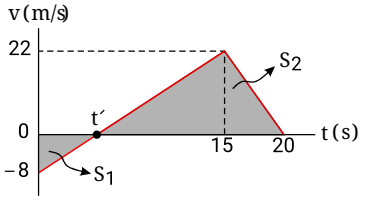
$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \rightarrow \boxed{t' = 4s}$$



قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$، برابر مسافت پیموده شده است.

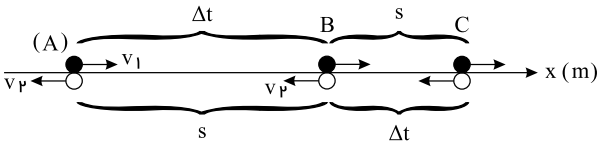
$$\frac{t'}{8} = \frac{15-t'}{22} \Rightarrow t' = 4s$$

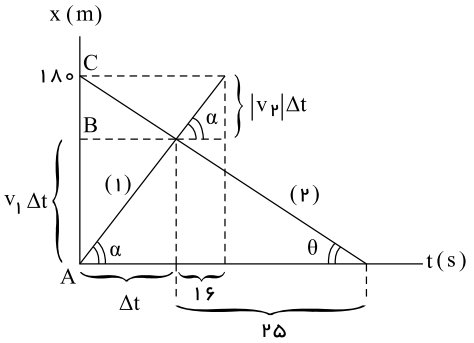
$$\left.\begin{array}{l} |S_1| = \frac{8\times4}{2} = 16 \\ S_2 = \frac{22\times(20-4)}{2} = 176 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{مسافت کل}} 16 + 176 = 192m$$



۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده‌تر) مطرح شده بود و تست بسیار جالبی است. می‌خواهیم یک روش خلّاقانه ارائه کنیم!

کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x-t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ برابر سرعت (لحظه‌ای) در آن لحظه است.





۲ نکته:

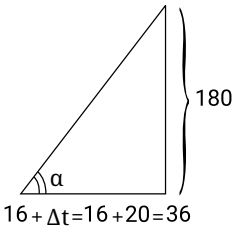
$$\begin{cases}\Delta x_۲ = v_۲\Delta t & v_۱ > ۰ \text{ و } v_۲ < ۰ \quad \text{دقت داریم که} \quad (۱)\\ \Delta x_۱ = v_۱\Delta t & \text{جابه‌جایی در مدت زمان } \Delta t \text{ برابر دو متحرک} \quad (۲)\end{cases}$$

$$(۱)\ \text{سرعت متحرک}\ v_۱ = ۱\ \text{شیب خط} = \frac{|v_۲|\,\Delta t}{۱۶} \quad (*)$$

$$(۲)\ \text{سرعت متحرک}\ v_۲ = ۲\ \text{شیب خط} = \frac{v_۱\Delta t}{۲۵} \quad (**)$$

$$(*)\ \text{و}\ (**) \Rightarrow \frac{(\frac{v_۱\Delta t}{۲۵})(\Delta t)}{۱۶} = v_۱ \Rightarrow \frac{\Delta t^۲}{۲۵\times ۱۶} = ۱ \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{\Delta t}{۵\times ۴} = ۱$$

$$\Delta t = ۲۰s \Rightarrow v_۱ = ۱\ \text{شیب خط} = \frac{۱۸۰}{\Delta t} = \frac{۱۸۰}{۳۶} = ۵\frac{m}{s} \Rightarrow v_۱ = ۵\frac{m}{s}$$



۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{سرعت نسبی} = ۸۰ - ۶۰ = ۲۰\frac{km}{h} \qquad ۱۰۰ \div ۲۰ = ۵h$$

چون فاصلهٔ اولیهٔ دوچرخه‌سوار ۱۰۰ کیلومتر بوده، ۵ ساعت طول می‌کشد تا دوچرخه‌ها به‌هم برسند و ۱۵ ساعت باقی‌مانده صرف افزایش فاصله می‌شود:

$$x = v\cdot t \Rightarrow x = ۲۰\times ۱۵ = ۳۰۰km$$

راه‌حل دوم:

بررسی می‌کنیم که هر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ ، $t = ۲۰h$ در چه مکانی قرار دارد:

$$t = ۰ \text{ مکان اولیه} \rightarrow \begin{cases} x_۱ = ۱۰۰km \\ x_۲ = ۰km \end{cases}$$

بعد از ۲۰ ساعت دوچرخهٔ اول $۱۲۰۰km = ۶۰\times ۲۰$ و دوچرخهٔ دوم $۱۶۰۰km = ۲۰\times ۸۰$ جابه‌جا می‌شود، یعنی:

$$t = ۲۰h \text{ مکان ثانویه} \rightarrow \begin{cases} x_۱ = ۱۰۰ + ۱۲۰۰ = ۱۳۰۰km \\ x_۲ = ۰ + ۱۶۰۰km = ۱۶۰۰km \end{cases}$$

حال $x_۱$ و $x_۲$ ثانویه را از هم کم می‌کنیم:

$$۱۶۰۰ - ۱۳۰۰ = ۳۰۰km$$

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ راه‌حل اول:

$$\begin{cases} ۲s < t < ۴s\ ,\ \vec{v}_{av} = (-۶m/s)\vec{i} \Rightarrow \dfrac{\vec{d}(۴s) - \vec{d}(۲s)}{۴s - ۲s} = (-۶m/s)\vec{i} \\ ۴s < t < ۸s\ ,\ \vec{v}_{av} = (۱۸m/s)\vec{i} \Rightarrow \dfrac{\vec{d}(۸s) - \vec{d}(۴s)}{۸s - ۴s} = (۱۸m/s)\vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{d}(۴s)-\vec{d}(۲s)=(-۱۲m)\vec{i} \\ \vec{d}(۸s)-\vec{d}(۴s)=(+۷۲m)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{d}(۸s)-\vec{d}(۲s)=(+۶۰m)\vec{i}$$

$$\begin{cases} t_۱=۲s \\ t_۳=۸s \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}(۸s)-\vec{d}(۲s)}{۸s-۲s}=\frac{(+۶۰m)\vec{i}}{۶s}=(+۱۰m/s)\vec{i}$$

راه‌حل دوم:

متحرک در بازهٔ $۲s<t<۴s$ (مدت ۲ ثانیه) سرعت متوسط $-۶\vec{i}$ متر بر ثانیه و در بازهٔ $۴s<t<۸s$ (مدت ۴ ثانیه) سرعت متوسط $+۱۸\vec{i}$ متر بر ثانیه داشته است.

$$\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{d}_۱+\Delta\vec{d}_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{\vec{v}_۱\Delta t_۱+\vec{v}_۲\Delta t_۲}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}=\frac{(-۶\vec{i})\times ۲+(+۱۸\vec{i})\times ۴}{۲+۴}=\frac{+۶۰\vec{i}}{۶}=+۱۰\vec{i}$$

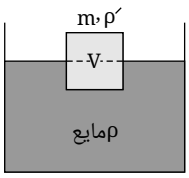
۳۲) ۱ ۲ ۳ **۴** دو ثانیهٔ دوم، یعنی ۲ ثانیه بین $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$. بنابراین داریم:

$$v=۲t^۲-۴t-۲ \rightarrow \begin{cases} t_۱=۲s \rightarrow v_۱=۲\times ۲^۲-۴\times ۲-۲ \\ t_۲=۴s \rightarrow v_۲=۲\times ۴^۲-۴\times ۴-۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_۱=-۲\,m/s \\ v_۲=۱۴\,m/s \end{cases}$$

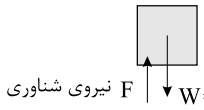
$$\rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۴-(-۲)}{۴-۲}=\frac{۱۶}{۲}=۸\,\frac{m}{s^۲}$$

۳۳) ۱ **۲** ۳ ۴

یک جسم شناور بر سطح مایع را در نظر بگیریم؛ به فرض: جرم جسم m، چگالی جسم ρ'، حجم کل جسم V و حجمی از جسم که داخل مایع قرار می‌گیرد V_x است.



چون جسم در حال تعادل است:



$$\rightarrow F=\underbrace{\rho' Vg}_{\text{جسم}}\Rightarrow \rho V_x g\Rightarrow \rho V_x=\rho' V\Rightarrow \frac{V_x}{V}=\frac{\overset{\text{جسم}}{\overset{\uparrow}{\rho'}}}{\underset{\text{مایع (که ثابت است)}}{\underset{\downarrow}{\rho}}}$$

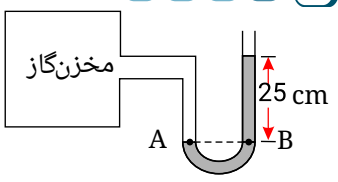
هرچه جسم بیشتر در مایع فرو رفته باشد، نسبت $\frac{V_x}{V}$ ($\frac{\text{حجم فرورفته در مایع}}{\text{کل حجم جسم}}$) آن بیشتر شده؛ درنتیجه $\frac{\rho'}{\rho}$ نیز بیشتر خواهد شد. (چون ρ ثابت است؛ با افزایش کسر $\frac{\rho'}{\rho}$، صورت کسر یعنی چگالی جسم (ρ') بیشتر خواهد بود.) طبق شکل داده شده، از نظر مقدار فرو رفتگی در مایع: $a_۲>a_۳>a_۴$ پس: $\rho_۱>\rho_۳>\rho_۲$ (مقدار فرو رفتگی هر جسم نسبت به کل حجم همان جسم در نظر گرفته می‌شود.)

۳۴) ۱ ۲ ۳ **۴** چون نقاط A و B هم‌ترازند، فشار آن‌ها با یکدیگر برابر است. به این ترتیب داریم:

$$P_A=P_B\Rightarrow P_{\text{مخزن}}=\rho gh+P_۰\Rightarrow P_{\text{مخزن}}-P_۰=\rho gh$$

$$\Rightarrow ۵\times ۱۰^۳=\rho\times ۱۰\times ۰/۲۵$$

$$\rho=\frac{۵\times ۱۰^۳}{۲/۵}=۲۰۰۰kg/m^۳=۲gr/cm^۳$$



۳۵) ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا چگالی آب را برحسب یکاهای SI محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آب}}=۱\,\frac{g}{cm^۳}=۱\,\frac{g}{cm^۳}\times\left(\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\right)\times\left(\frac{۱۰۰cm}{۱m}\right)^۳=۱۰۰۰\,\frac{kg}{m^۳}$$

بنابراین فشار درعمق ۲ متری آب برابر است با:

$$P=\rho gh+P_۰=(۱۰۰۰\times ۱۰\times ۲)+۱۰^۵=(۱۰^۵+۰/۲)\times ۱۰^۵=۱/۲\times ۱۰^۵Pa$$

۳۶) ۱ **۲** ۳ ۴ در اینجا هر سه جسم در یک مایع فرو رفته‌اند، بنابراین هر جسمی که درصد بیشتری از حجم خودش در مایع فرو رفته باشد، چگالی بیشتری دارد.

۳۷ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}} g(x)=\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{دو واحد به طرف } x\text{های}} h(x)=\sqrt{-(x-۲)}=\sqrt{-x+۲}$$

$$\begin{cases} h(x)=\sqrt{-x+۲} \\ y=x \text{ نیمساز ناحیه اول و سوم} \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \sqrt{-x+۲}=x \xrightarrow{\text{توان ۲}} -x+۲=x^۲ \Rightarrow x^۲+x-۲=۰ \Rightarrow (x+۲)(x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-۲ & \text{غ‌ق‌ق (در معادله صدق نمی‌کند)} \\ x=۱ & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

۳۸ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر نمودار تابع $y=|\frac{۱}{۲}x|-۲$ را ۴ واحد به‌سمت چپ منتقل کنیم معادله به‌صورت $y=|\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۲$ درمی‌آید و اگر یک واحد به بالا منتقل کنیم به‌صورت $y=|\frac{۱}{۲}(x+۴)|-۲+۱$ درمی‌آید.

$$\begin{cases} y_{\text{قدیم}}=|\frac{۱}{۲}x|-۲ \\ y_{\text{جدید}}=|\frac{۱}{۲}x+۲|-۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} |\frac{۱}{۲}x|-۲=|\frac{۱}{۲}x+۲|-۱$$

$$\xrightarrow{\times ۲} |x|-۴=|x+۴|-۲ \Rightarrow |x|-|x+۴|=۲ \xrightarrow{\text{مشاهدهٔ گزینه‌ها}} x=-۳$$

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم: برای اینکه ۳ واحد به سمت x های مثبت منتقل شود باید به‌جای x عبارت $x-۳$ و برای اینکه به طرف y های منفی منتقل شود باید به کل تابع عدد ۲− اضافه شود؛ بنابراین داریم:

$$y=-(x-۳)^۲+۲(x-۳)+۵-۲=-x^۲+۶x-۹+۲x-۶+۳ \Rightarrow y=-x^۲+۸x-۱۲$$

و برای اینکه این تابع بالای نیمساز ربع اول قرار گیرد باید:

$$-x^۲+۸x-۱۲>x \Rightarrow x^۲-۷x+۱۲<۰ \Rightarrow (x-۳)\cdot(x-۴)<۰ \Rightarrow ۳<x<۴$$

۴۰ **۱** ۲ ۳ ۴ روش اول:

$$\begin{cases} x\geq ۰\ ;\ y=\frac{x}{۱+x} \Rightarrow y+xy=x \Rightarrow x=\frac{y}{۱-y} \xrightarrow{x\geq ۰} \frac{y}{۱-y}\geq ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۰\leq y<۱ \quad (۱) \\ x\leq ۰\ ;\ y=\frac{x}{۱-x} \Rightarrow y-xy=x \Rightarrow x=\frac{y}{۱+y} \xrightarrow{x\leq ۰} \frac{y}{۱+y}\leq ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۱<y\leq ۰ \quad (۲) \end{cases}$$

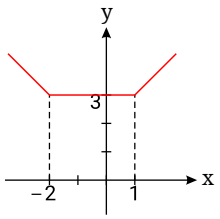
بنابراین داریم:

$$x=\begin{cases} \frac{y}{۱-y}\ ;\ ۰\leq y<۱ \\ \frac{y}{۱+y}\ ;\ -۱<y\leq ۰ \end{cases} \Rightarrow x=\frac{y}{۱-|y|}\ ,\ |y|<۱ \rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x}{۱-|x|}\ ;\ |x|<۱$$

روش دوم:

می‌توانید نقطهٔ دلخواهی از تابع را در نظر گرفته و جای x و y را عوض کرده و کنترل کنیم که این مختصات در کدام ضابطه صدق می‌کند. به عنوان مثال، نقطهٔ $(۲,\frac{۲}{۳})$ متعلق به تابع است. پس نقطهٔ $(\frac{۲}{۳},۲)$ متعلق به ضابطهٔ تابع وارون می‌باشد. با کمی دقت پی می‌بریم که این مختصات تنها در گزینهٔ ۱ صدق می‌کند.

۴۱ **۱** ۲ ۳ ۴ تابع داده‌شده یک تابع گلدانی است که در $x=-۲$ و $x=۱$ (ریشه‌های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.



اکیداً نزولی : $x<-۲ \rightarrow$

۴۲ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم اگر $f(a)=b$ باشد آنگاه $f^{-۱}(b)=a$ است.

$$(g^{-۱}of^{-۱})(۸)=g^{-۱}(f^{-۱}(۸))$$

برای محاسبهٔ $f^{-۱}(۸)$ بدین صورت عمل می‌کنیم:

$$۸=\frac{۲}{۵}x-۴ \rightarrow \frac{۲}{۵}x=۱۲ \rightarrow ۲x=۶۰ \rightarrow x=۳۰$$

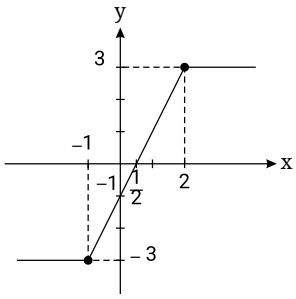
رازی ۱۴ مهر

پس : $g^{-1}(f^{-1}(۸)) = g^{-1}(۳۰)$

برای محاسبهٔ $g^{-1}(۳۰)$ بدین صورت عمل می‌نماییم.

$۳۰ = x^۳ + x \to x = ۳$

۴۳ ۱ ۲ **۳** ۴ تابع داده‌شده یک تابع سرسره‌ای (آبشاری) است که در $x = -۱$ و $x = ۲$ (ریشه‌های داخل قدرمطلق) دارای شکست است.



اکیداً صعودی : $\longrightarrow -۱ < x < ۲$

۴۴ **۱** ۲ ۳ ۴ اگر تابع f اکیداً نزولی و $f(a) \geq f(b)$، آنگاه $a \leq b$ است.

$$g(x) = \sqrt{f(|x+۳|) - f(|x-۲|)} \Rightarrow f(|x+۳|) - f(|x-۲|) \geq ۰$$

$$\Rightarrow f(|x+۳|) \geq f(|x-۲|) \Rightarrow |x+۳| \leq |x-۲|$$

برای حل این نوع نامعادلات، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$(x+۳)^۲ \leq (x-۲)^۲ \Rightarrow x^۲ + ۶x + ۹ \leq x^۲ - ۴x + ۴$$

$$\Rightarrow ۱۰x \leq -۵ \Rightarrow x \leq -\frac{۱}{۲} \Rightarrow D_g = (-\infty\,,\, -\frac{۱}{۲}]$$

۴۵ ۱ **۲** ۳ ۴ یعنی مقادیر $f(x)$ منفی هستند، حال داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x_۱ < x_۲ \xrightarrow{f \text{ نزولی}} f(x_۱) \geq f(x_۲) \xrightarrow{\times(-۱)} -f(x_۱) \leq -f(x_۲) \\ x_۱ < x_۲ \xrightarrow{\times ۳} ۳x_۱ < ۳x_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow ۳x_۱ - f(x_۱) < ۳x_۲ - f(x_۲) \Rightarrow g(x_۱) < g(x_۲)$$

پس تابع g صعودی است.

$$x_۱ < x_۲ \Rightarrow -x_۱ > -x_۲ \xrightarrow{f \text{ نزولی}} f(-x_۱) \leq f(-x_۲) \xrightarrow{f \text{ منفی است}} \frac{۱}{f(-x_۱)} \geq \frac{۱}{f(-x_۲)} \xrightarrow{\times(-۱)} \frac{-۱}{f(-x_۱)} \leq \frac{-۱}{f(-x_۲)}$$

$$\Rightarrow h(x_۱) \leq h(x_۲)$$

تابع h نیز صعودی است.

۴۶ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم فقط تابع ثابت $f(x) = k$ هم صعودی و هم نزولی است، پس داریم:

$$f(x) = mx - ۳x + ۴ = (m-۳)x + ۴ \Rightarrow \text{تابع ثابت} \Rightarrow m - ۳ = ۰ \to m = ۳$$