

گزینه ۲

۱

شتاب در بازه‌ای که شیب نمودار سرعت - زمان منفی است در خلاف جهت محور x است غیر از گزینه "۲" در سایر گزینه‌ها سرعت ثانویه بیشتر از سرعت اولیه است $\Delta v > 0$.

گزینه ۱

۲

مجموع تغییرات سرعت در بازه‌های $(7\text{ s}, 10\text{ s})$ و $(10\text{ s}, 12\text{ s})$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\Delta v &= \Delta v_{(7\text{ s}, 10\text{ s})} + \Delta v_{(10\text{ s}, 12\text{ s})} \\ \Rightarrow \Delta v &= \frac{25 - 10}{10 - 5} \times (10 - 7) + \frac{15 - 25}{15 - 10} \times (12 - 10) \\ \Rightarrow \Delta v &= 9 + (-4) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

حالا شتاب متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{12 - 7} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گزینه ۱

۳

در $t = 0$ متحرک در $x = 15\text{ m}$ قرار دارد. کمترین فاصله یک متحرک از یک مکان، در حرکت با شتاب ثابت، اگر مخالف صفر باشد، یا در لحظه شروع حرکت یا در لحظه تغییر جهت و یا در پایان حرکت است. چون گزینه‌ها کمتر از 15 m است، به سراغ مکان تغییر جهت می‌رویم. در اصل، سؤال در اینجا، مکان تغییر جهت را می‌خواهد:

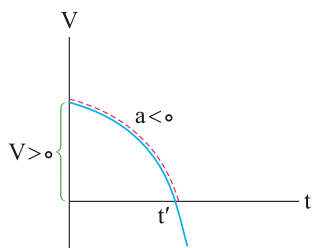
$$x = \frac{1}{2}at^2 - 6t + 15 \Rightarrow t_{\text{تغییر جهت}} = \frac{-(-6)}{2(\frac{1}{2})} = \frac{6}{1} \text{ s}$$

$$x_{\text{تغییر جهت}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{2}\right) + 15 = 13/5 - 3 + 15 = 17/5 \text{ m}$$

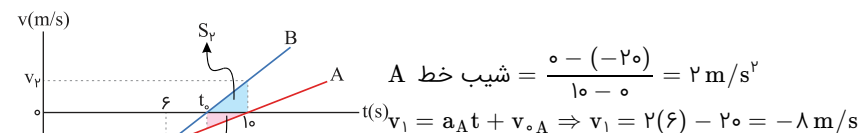
گزینه ۳

۴

در بازه $(0, t')$ نمودار بالای محور زمان است پس $v > 0$ است. شیب مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است. در بازه $(0, t')$ شیب مماس بر نمودار منفی است. پس شتاب در این بازه منفی است.



از لحظه t_0 تا 10 ثانیه سرعت متحرک B مثبت و سرعت متحرک A منفی است، یعنی در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. شیب خط A را می‌نویسیم:



$$\text{شیب خط A} = \frac{6 - (-20)}{10 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_1 = a_A t + v_{0A} \Rightarrow v_1 = 2(4) - 20 = -16 \text{ m/s}$$

حال برای پیدا کردن v_2 ابتدا شیب خط B را نوشته تا شتاب B را به دست آوریم:

$$\text{شیب خط B} = \frac{-16 - (-32)}{6 - 0} = 8 \text{ m/s}^2$$

$$v_2 = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_2 = 8 \times 10 - 32 = 48 \text{ m/s}$$

برای پیدا کردن t_0 کافی است v_B را برابر صفر قرار دهیم:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow 0 = 8 \times t_0 - 32 \Rightarrow t_0 = 4 \text{ s}$$

سرعت A در t_0 را محاسبه می‌کنیم:

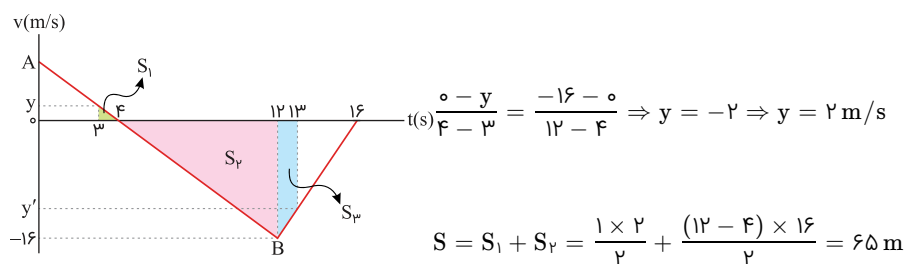
$$v_A = 2 \times 4 - 20 = -16 \text{ m/s}$$

حال اگر مساحت‌های S_1 و S_2 را محاسبه کنیم. برابر فاصله دو متحرک در بازه زمانی است که خلاف جهت هم حرکت می‌کنند:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \left(\frac{(10 - 4) \times (8)}{2} \right) + \left(\frac{4 \times (16 - 4)}{2} \right) = 8 + 24 = 32 \text{ m}$$

چون دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند پس در بازه زمانی 4 تا 10 ثانیه از هم دور می‌شوند و فاصله آنها افزایش می‌یابد.

شیب خط AB ثابت است:



$$\frac{0 - y}{4 - 3} = \frac{-16 - 0}{12 - 4} \Rightarrow y = -2 \Rightarrow y = 2 \text{ m/s}$$

مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1 \times 2}{2} + \frac{(12 - 4) \times 16}{2} = 64 \text{ m}$$

پس متحرک در بازه زمانی (3 s, 12 s)، 64 متر طی کرده است.

شیب CB ثابت است:

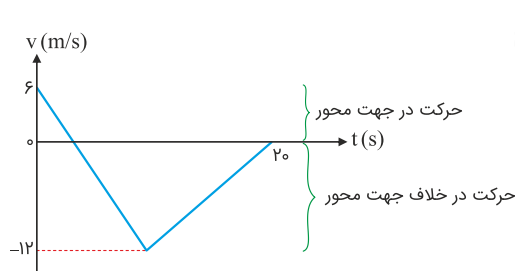
$$\frac{16 - |y'|}{13 - 12} = \frac{0 - (-16)}{16 - 12} \Rightarrow 16 - |y'| = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow |y'| = 12 \text{ m/s} \Rightarrow y' = -12 \text{ m/s}$$

حال برای محاسبه مسافت طی شده در بازه زمانی (12 s, 13 s) مسافت دوزنقه (S_3) را حساب می‌کنیم:

$$S_3 = \frac{y' + 16}{2} \times (13 - 12) = \frac{12 + 16}{2} \times 1 = 14 \text{ m}$$

برای محاسبه تندی:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{64 + 14}{13 - 3} = \frac{78}{10} = 7.8$$



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت مثلث پایین}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 12 \times (t_0 - t)}{t_0 - t} = 6 \text{ m/s}$$

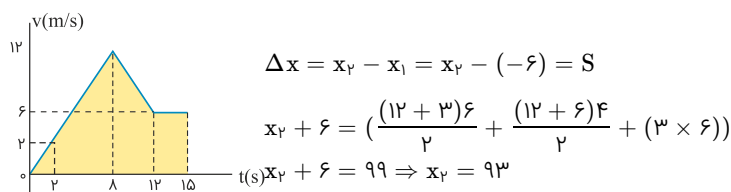
شتاب در بازه زمانی (۰, ۸) ثابت و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(8) - v(0)}{8 - 0} = \frac{12 - 0}{8 - 0} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

در لحظه $t = 2 \text{ s}$ سرعت را به دست می آوریم:

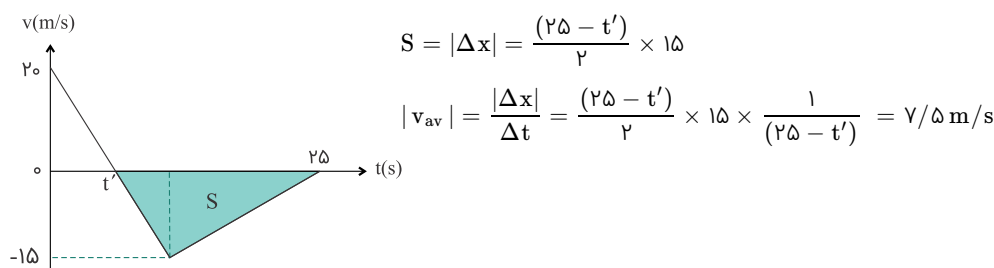
$$v(2) = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{3}{2} \times 2 + 0 = 3 \text{ m/s}$$

حال به کمک سطح زیر نمودار سرعت- زمان جابه جایی را در بازه زمانی (۲, ۱۵) محاسبه می کنیم:

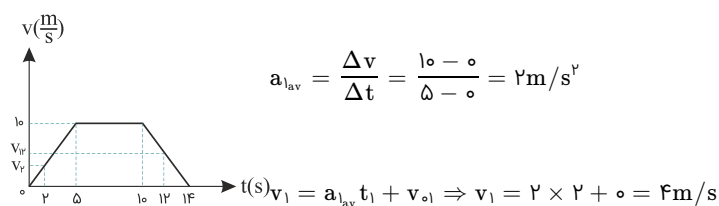


$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(v-t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{v_{max} \times 25}{2}}{25} = \frac{v_{max}}{2} = 10 \Rightarrow v_{max} = 20 \text{ m/s}$$

مساحت زیر نمودار $v - t$ ، برابر است با مقدار جابه جایی متحرک. ازطرفی باتوجه به اینکه بازه ای را می خواهیم که متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده، داریم: (بازه t' تا ۲۵)



شتاب متوسط از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید، پس برای اینکه شتاب متوسط در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ را به دست بیاوریم، باید سرعت در این لحظه‌ها را محاسبه کنیم. شیب (شتاب) نمودار در بازه $۵ - ۰$ ثانیه برابر است با:



باتوجه به آنکه شیب (شتاب) ثابت است می‌توانیم سرعت را در لحظه $t = ۲s$ به دست آوریم.

در بازه زمانی $۱۴ - ۱۰$ ثانیه هم به همین صورت داریم:

$$a_{2av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{14 - 10} = \frac{-10}{4} = -2.5$$

سرعت در لحظه $t = ۱۲s$ هم به دست می‌آید.

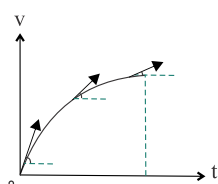
$$v_2 = a_{2av} t_2 + (v_0)_2 \Rightarrow v_2 = -2.5 \times 2 + 10 = 5 \text{ m/s}$$

دقت شود که معادله این خط را از $t = ۱۰s$ ، یعنی دو ثانیه پس از لحظه $t = ۱۲s$ ، نوشتیم.

حال کافی است مقادیر سرعت در لحظات $t = ۱۲$ و $t = ۲$ را در رابطه شتاب متوسط جایگذاری کنیم:

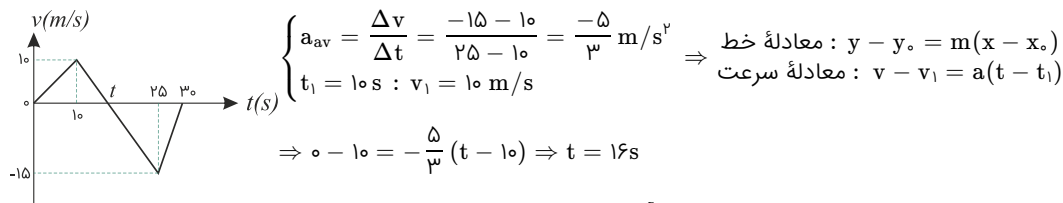
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12} - v_2}{\Delta t} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = 0.1 \text{ m/s}^2$$

سرعت در حال افزایش است پس حرکت تند شونده است. از طرفی شیب در نمودار سرعت - زمان، همان شتاب است؛ و چون شیب نمودار در هر نقطه متفاوت بوده پس شتاب متغیر است. در نتیجه حرکت تند شونده و با شتاب متغیر است.



بزرگی سرعت متوسط در مدتی که مخالف محور x حرکت می‌کند؟ $\leftarrow v_{av} = ?$ در مدتی که $v < 0$

برای به دست آوردن بزرگی سرعت متوسط باید از رابطه $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$ استفاده کنیم. مطابق نمودار باید زمان t که سرعت صفر می‌شود را به دست آوریم (با استفاده از معادله سرعت-زمان در بازه زمانی ۱۰s تا ۲۵s):



حالا باید جابه‌جایی را از بازه زمانی $t = 16 \text{ s}$ تا $t = 30 \text{ s}$ (زمانی که سرعت منفی است) به دست آوریم (دقت شود که جابه‌جایی منفی است، چون نمودار زیر محور زمان است).

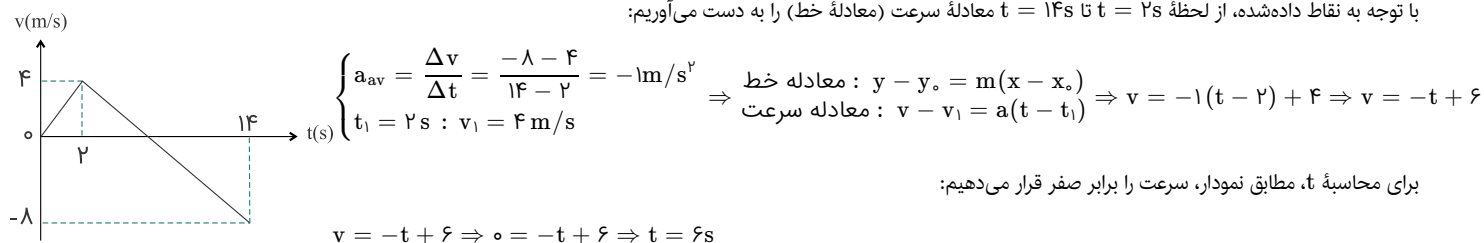
$$\begin{cases} \Delta x = -S \\ S = \frac{15 \times (30 - 16)}{2} = 105 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -105 \text{ m}$$

جابه‌جایی و تغییرات زمان را در رابطه $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$ قرار می‌دهیم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|} = \frac{105}{14} = 7.5 \text{ m/s}$$

چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده؟ $\leftarrow \Delta t = ?$, $v < 0$

مطابق نمودار، مدت‌زمانی که در جهت مخالف حرکت کرده، یعنی علامت سرعتش منفی بوده است، از $t = 14$ تا $t = 14$ ثانیه است. بنابراین t را باید بیابیم: با توجه به نقاط داده‌شده، از لحظه $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 14 \text{ s}$ معادله سرعت (معادله خط) را به دست می‌آوریم:



برای محاسبه t، مطابق نمودار، سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم:

پس مدت‌زمانی که متحرک در جهت مخالف محور x بوده از $t = 6 \text{ s}$ تا $t = 14 \text{ s}$ است یعنی: $14 - 6 = 8 \text{ s}$