نام درس: هندسه

تاریخ برگزاری آزمون: / / ۹۹

علــوی

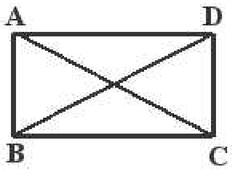
مؤسسه علمی آموزشی علـوی

پایه تحصیلی: نهم متوسطه

ردیف	پاسخ‌نامه هندسه همگام ۱ نهم متوسطه
۱	الف) نادرست ـ اگر زاویه‌های یک مثلث تند باشند محل برخورد عمود منصف‌ها درون مثلث قرار می‌گیرد، ولی اگر مثلث قائم الزاویه باشد محل برخورد عمود منصف‌ها خارج مثلث وسط وتر و اگر مثلث زاویه باز داشته باشد محل برخورد عمود منصف‌ها خارج مثلث است. (۰/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ صفحه ۳۵ کتاب درسی) (آسان) ب) درست ـ دو حالت وجود دارد ۱) اگر دو ضلع قائمه در مثلث‌ها با هم برابر باشند در این صورت دو مثلث به حالت ض ز ض برابر و هم‌نهشت خواهند بود. ۲) اگر وتر و یک ضلع از هر دو مثلث با هم برابر باشند که به حالت و ض هم‌نهشت می‌شوند. (۰/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ هم‌نهشتی مثلث‌ها ـ صفحه ۴۴ کتاب درسی) (آسان)
۲	الف) عمود منصف (۰/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ صفحه ۴۰ کتاب درسی) (آسان) ب) نصف (۰/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ هم‌نهشتی مثلث‌ها ـ صفحه ۴۸ کتاب درسی) (آسان)

۳

الف) گزینه «۴» ـ (۰/۲۵ نمره) می‌دانیم محل برخورد سه میانه و سه نیمساز در هر مثلثی درون آن مثلث است و محل برخورد عمود منصف‌ها اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد وسط وتر و اگر زاویه باز داشته باشد بیرون مثلث خواهد بود. اما محل برخورد ارتفاع وقتی مثلث قائم‌الزاویه است روی راس قائم خواهد بود چون اضلاع قائمه خودشان ارتفاع‌های مثلث نیز هستند و محل برخوردشان، محل برخورد ارتفاع‌ها است.



ب) گزینه «۱» ـ (۰/۲۵ نمره) فقط به حالت (ض ز ض) هم‌نهشتی دو مثلث ایجاد شده اثبات می‌شود.

فرض: $ABCD$ مستطیل

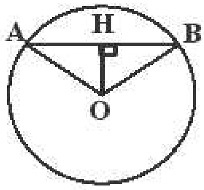
حکم $AC = BD$

$$\left.\begin{array}{l} AB = DC \ \text{عرض های مستطیل} \\ \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ BC = BC \ \text{ضلع مشترک} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \overset{\triangle}{ABC} \cong \overset{\triangle}{BCD} \xrightarrow{\text{تساوی اجزاء}} \overline{AC} = \overline{BD}$$

(فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ هم‌نهشتی مثلث‌ها ـ صفحه ۴۸ کتاب درسی) (متوسط)

پ) گزینه «۱» ـ (۰/۲۵ نمره) حکم است چون خواسته مسئله است.

(فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ آشنایی با اثبات در هندسه ـ صفحه ۲۷ کتاب درسی) (متوسط)



ت) گزینه «۱» ـ (۰/۲۵ نمره)

فرض: $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

حکم $AH = BH$

$$\left.\begin{array}{l} OA = OB \ \text{شعاع} \\ OH \ \text{ضلع مشترک} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} O\overset{\triangle}{A}H \cong O\overset{\triangle}{B}H \xrightarrow{\text{تساوی اجزاء}} AH = BH$$

(فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ هم‌نهشتی مثلث‌ها ـ صفحه ۴۹ کتاب درسی) (متوسط)

۴

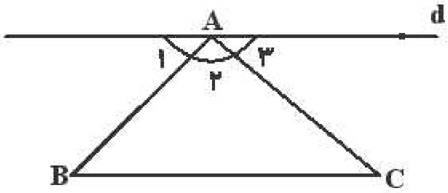
الف) نادرست ـ ممکن است متوازی‌الاضلاع $ABCD$ یک مستطیل باشد چون در مستطیل قطرها با هم برابرند. (۰/۵ نمره)

ب) نادرست ـ تمام اعداد اول فرد نیستند، عدد ۲ عددی اول است ولی فرد نیست، عدد طبیعی ۲ تنها عدد زوج اول است.

(۰/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ صفحه ۳۶ کتاب درسی) (متوسط)

۵

اثبات: می‌خواهیم ثابت کنیم $\hat{A}_2+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$ مثلث دلخواه ABC را رسم کرده از راس A به موازات ضلع BC خط d را رسم می‌کنیم. (می‌توان از راس‌های دیگر نیز موازی با ضلع‌های مقابلشان رسم کرد.)



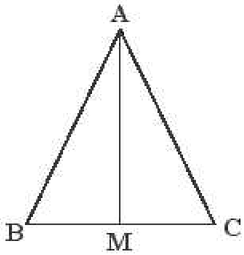
$d \parallel BC$، مورب $AB \Rightarrow \hat{A}_1=\hat{B}$ رابطه (۱)

$d \parallel BC$، مورب $AC \Rightarrow \hat{A}_3=\hat{C}$

رابطه ۲) می‌دانیم $\hat{A}_1+\hat{A}_2+\hat{A}_3=180^\circ$ اکنون در رابطه ۲ به جای $\hat{A}_1$، زاویه برابرش یعنی $\hat{B}$ و به جای $\hat{A}_3$ زاویه برابرش یعنی $\hat{C}$ را از رابطه ۱ می‌گذاریم. $\hat{A}_1+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$

(۱/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ صفحه ۴۱ کتاب درسی) (متوسط)

۶



فرض: $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی الساقین

$AB=AC$

$\hat{B}=\hat{C}$

میانه $AM \Rightarrow BM=CM$

حکم: $\underset{\text{ارتفاع}}{AM} \Rightarrow \widehat{M}_1=\widehat{M}_2=90^\circ$

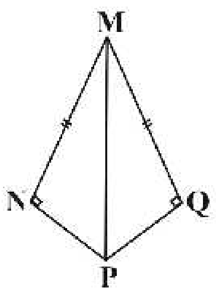
$$\left.\begin{array}{l} AB=AC \text{ طبق فرض} \\ AM=AM \text{ ضلع مشترک} \\ BM=MC \text{ میانه } AM \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \overset{\Delta}{ABM} \cong \overset{\Delta}{AMC} \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \widehat{M}_1=\widehat{M}_2$$

می‌دانیم $\widehat{M}_1+\widehat{M}_2=180^\circ \Rightarrow \widehat{M}_1=\widehat{M}_2=90^\circ$

اگر هم‌نهشتی دو مثلث را به حالت ض ز ض نیز اثبات کند درست است.

(۱/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ هم‌نهشتی مثلث‌ها ـ صفحه ۴۸ کتاب درسی) (متوسط)

۷



فرض: $MN=MQ$

$\hat{N}=\hat{Q}=90^\circ$

حکم: $Np=PQ$

اثبات: از M به P خطی وصل می‌کنیم تا شکل به دو مثلث $\overset{\Delta}{MNP}$ و $\overset{\Delta}{MPQ}$ تقسیم شود

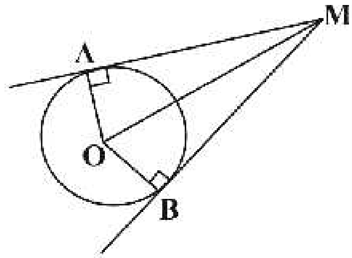
اکنون هم‌نهشتی این دو مثلث را اثبات می‌کنیم و سپس در تساوی اجزای متناظر، تساوی NP و PQ را نتیجه می‌گیریم.

$$\left.\begin{array}{l} MN=MQ \text{ طبق فرض} \\ MP=MP \text{ وتر مشترک} \\ \hat{N}=\hat{Q}=90^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{و ض}} \overset{\Delta}{MNP} \cong \overset{\Delta}{MPQ} \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} NP=PQ$$

(۱/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ صفحه ۵۱ کتاب درسی) (دشوار)

۸ اثبات: دایره‌ای رسم کرده و نقطه M خارج آن را در نظر می‌گیریم. از این نقطه بر دایره دو مماس MA و MB را رسم می‌کنیم می‌خواهیم ثابت کنیم $MA = MB$ برای اثبات حکم از نقاط A و B به مرکز دایره وصل کرده، تا دو شعاع دایره رسم شوند می‌دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است پس $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$ همچنین از O به M وصل کرده تا دو مثلث ایجاد شود هم‌نهشتی این دو مثلث را ثابت می‌کنیم

$$\left.\begin{array}{l} OA = OB \ \text{شعاع} \\ OM = OM \ \text{وتر مشترک} \\ \widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{وض}} O\overset{\triangle}{A}M \cong O\overset{\triangle}{B}M \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} MA = MB$$



(۱/۵ نمره) (فصل سوم ـ استدلال و اثبات در هندسه ـ هم‌نهشتی مثلث‌ها ـ صفحه ۴۸ کتاب درسی) (دشوار)