آزمون آزمایشی پیشروی

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۱۴

کدآزمون: DOA12R08

دوره‌ای دوازدهم ریاضی ـ پیشروی ۵

پاسخ‌نامه

آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی

ردیف	مواد امتحانی	از شماره	تا شماره
۱	حسابان	۱	۲۰
۲	هندسه	۲۱	۳۴
۳	ریاضیات گسسته	۳۵	۴۵
۴	فیزیک	۴۶	۸۰
۵	شیمی	۸۱	۱۱۰

حسابان

۱-گزینه «۲» ـ

$$۳x-۱<۴<x+۸\Rightarrow\begin{cases}۳x-۱<۴\Rightarrow x<\frac{۵}{۳}\\ x+۸>۴\Rightarrow x>-۴\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap}-۴<x<\frac{۵}{۳}\xrightarrow{x\in\mathbb{Z}}x\in\{-۳,-۲,-۱,۰,۱\}$$

بنابراین ۵ مقدار صحیح وجود دارد. (کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ همسایگی) (آسان)

۲-گزینه «۲» ـ دامنه تابع را حساب می‌کنیم.

$$۳-x-۲x^۲\geq ۰\Rightarrow ۲x^۲+x-۳\leq ۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(۲x+۳)\leq ۰\Rightarrow -\frac{۳}{۲}\leq x\leq ۱$$

این تابع در $x=۱$ و $x=\frac{-۳}{۲}$ (ریشه‌های زیر رادیکال) حد ندارد.

$$x_۱x_۲=\frac{-۳}{۲}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ حد رادیکالی) (آسان)

۳-گزینه «۱» ـ

$$\lim_{x\to ۲}f(x)+\lim_{x\to -\frac{۱}{۲}}f(x)=۲+۲=۴$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ حد چندضابطه‌ای) (متوسط)

۴-گزینه «۱» ـ

$$\lim_{x\to ۱^-}(۴x+۱)=۵\Rightarrow[\lim_{x\to ۱^-}(۴x+۱)]=[۵]=۵$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ حد براکت) (متوسط)

۵-گزینه «۱» ـ

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)+۱}{f(x)}=۲\xrightarrow{\lim_{x\to ۲}f(x)=L}\frac{L+۱}{L}=۲$$

$$\Rightarrow ۲L=L+۱\Rightarrow L=۱\Rightarrow\lim_{x\to ۲}f(x)=۱$$

$$\lim_{x\to ۲}(f(x)-g(x))=۵\Rightarrow L-\lim_{x\to ۲}g(x)=۵$$

$$\Rightarrow ۱-\lim_{x\to ۲}g(x)=۵\Rightarrow\lim_{x\to ۲}g(x)=-۴\ \Rightarrow$$

$$\lim_{x\to ۲}\sqrt[۳]{۲g(x)}=\sqrt[۳]{۲\times(-۴)}=-۲$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ قضایای حد) (متوسط)

۶-گزینه «۳» ـ

$$\lim_{x\to ۳}\frac{x^۲-۹}{\sqrt{۳x-۵}-۲}=\lim_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x+۳)(\sqrt{۳x-۵}+۲)}{(\sqrt{۳x-۵}-۲)(\sqrt{۳x-۵}+۲)}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x+۳)(\sqrt{۳x-۵}+۲)}{۳(x-۳)}$$

$$=\lim_{x\to ۳}\frac{(x+۳)(\sqrt{۳x-۵}+۲)}{۳}=\frac{۶\times ۴}{۳}=۸$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ حد $\frac{۰}{۰}$) (متوسط)

۷-گزینه «۴» ـ

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۳}}\frac{۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x-\frac{۱}{۲}\sin x)}{۳(x-\frac{\pi}{۳})}=\lim_{x\to\frac{\pi}{۳}}\frac{۲\sin(\frac{\pi}{۳}-x)}{-۳(\frac{\pi}{۳}-x)}=-\frac{۲}{۳}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ حد $\frac{۰}{۰}$) (دشوار)

۸-گزینه «۲» ـ

$$f(۴)=[\tan\frac{\pi}{۴}]=۱$$

$$\lim_{x\to ۴^+}[\tan\frac{\pi}{x}]=[۱^-]=۰$$

$$\lim_{x\to ۴^-}[\tan\frac{\pi}{x}]=[۱^+]=۱$$

بنابراین $f(x)$ در $x=۴$ فقط پیوستگی چپ دارد.

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل پنجم ـ حد براکت) (دشوار)

۹-گزینه «۴» ـ

$$\lim_{x\to\pi}\frac{[-x]}{|\sin x|}=\frac{-۴}{۰^+}=-\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حدنامتناهی) (متوسط)

۱۰-گزینه «۲» ـ $x=۴$ ریشه مخرج است.

$$۴^۲-۴+a=۰\Rightarrow a=-۱۲$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-۱۲x^۲+۶}{x^۲-x-۱۲}=-۱۲$$

بنابراین $y=-۱۲$ مجانب افقی تابع است. (نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مجانب) (متوسط)

۱۱-گزینه «۲» ـ

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^n f(x)}{ag^۲(x)}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^n\times ۲x^۳}{a\times x^۸}=۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}n+۳=۸\Rightarrow n=۵\\ \frac{۲}{a}=۲\Rightarrow a=۱\end{cases}\Rightarrow a+n=۶$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حد در بی‌نهایت) (متوسط)

۱۲-گزینه «۳» ـ مجانب افقی تابع $y=۱$ است.

$$\frac{x^۲+x-۱}{x^۲-x+۳}=۱\Rightarrow x^۲-x+۳=x^۲+x-۱$$

$$\Rightarrow ۲x=۴\Rightarrow x=۲\Rightarrow A(۲,۱)$$

$$|OA|=\sqrt{۴+۱}=\sqrt{۵}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مجانب) (متوسط)

۱۳-گزینه «۳» ـ در بازه $(-\infty,۴)$ مقدار مشتق تابع منفی است. زیرا شیب خطوط مماس در این بازه منفی‌اند. بنابراین جواب سوال نقاط با طول $\{۱,۲,۳\}$ است.

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ شیب مماس) (آسان)

۱۴-گزینه «۲» ـ

$$A=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{(x-۲)(x+۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}\times\lim_{x\to ۲}\frac{۱}{x+۲}$$

$$=f'(۲)\times\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$$

$$B=\frac{۱}{۳}\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲)}{h}=\frac{۱}{۳}f'(۲)=\frac{۵}{۳}$$

$$(A+B)^۲=(\frac{۵}{۴}+\frac{۵}{۳})^۲=۲۵(\frac{۷}{۱۲})^۲=\frac{۲۵\times ۴۹}{۱۴۴}=\frac{۱۲۲۵}{۱۴۴}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ تعریف مشتق) (متوسط)

۱۵-گزینه «۴» ـ

$$f'(۴)=\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۴)}{x-۴}=\lim_{x\to ۴}\frac{\frac{۱}{\sqrt{x}}-\frac{۱}{۲}}{x-۴}$$

$$=\lim_{x\to ۴}\frac{۲-\sqrt{x}}{۲(x-۴)\sqrt{x}}\times\frac{۲+\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}}=\frac{-۱}{۲}\lim_{x\to ۴}\frac{۱}{\sqrt{x}(۲+\sqrt{x})}$$

$$=\frac{-۱}{۲}\times\frac{۱}{۲\times ۴}=\frac{-۱}{۱۶}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ تعریف مشتق) (متوسط)

۱۶-گزینه «۳» ـ تابع $f(x)$ در $x=۴$ پیوستگی راست دارد و همچنین $f(۴)=۰$ است.

$$f'_+(۴)=\lim_{x\to ۴^+}\frac{|۴-x|[\frac{۱۲}{x}]}{x-۴}=\lim_{x\to ۴^+}\frac{(x-۴)\times ۲}{x-۴}=۲$$

حال معادله خط مماس راست را می‌نویسیم.

$$y-۰=۲(x-۴)\Rightarrow y=۲x-۸$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مماس راست) (متوسط)

۱۷-گزینه «۴» ـ باید ضریب براکت به ازای $x=-۱$ صفر شود.

$$(-۱)^۳+(-۱)+a=۰\Rightarrow a=۲$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق‌پذیری) (متوسط)

۱۸-گزینه «۳» ـ تابع $h(x)$ در $x=۵$ مشتق‌پذیر است.

$$h(x)=(x-۵)^۲[x]$$

$$h'(۵)=\lim_{x\to ۵}\frac{(x-۵)^۲[x]}{x-۵}=\lim_{x\to ۵}(x-۵)[x]=۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق‌پذیری) (متوسط)

۱۹-گزینه «۲» ـ

$$f'_-(-۳)=\lim_{x\to(-۳)^-}\frac{\sqrt[۳]{(x+۳)^۲}}{x+۳}=\lim_{x\to(-۳)^-}\frac{۱}{\sqrt[۳]{x+۳}}=-\infty$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق‌پذیری) (آسان)

۲۰-گزینه «۱» ـ $x=۲$ ریشه ساده داخل قدر مطلق است بنابراین مشتق چپ و راست قرینه یکدیگرند. پس:

$$f'_-(۲)+f'_+(۲)=۰$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل چهارم ـ مشتق‌پذیری) (متوسط)

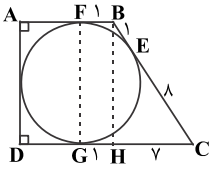
هندسه

۲۱-گزینه «۴» ـ

$$AB=r\Rightarrow \overset{\frown}{AB}=۶۰^\circ$$
$$DC=r\sqrt{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{DC}=۹۰^\circ$$
$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}}{۲}=\frac{۳۶۰^\circ-۶۰^\circ-۹۰^\circ}{۲}=\frac{۲۱۰^\circ}{۲}=۱۰۵^\circ$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ زاویه بین دو وتر) (متوسط)

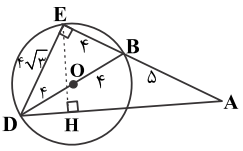
۲۲-گزینه «۲» ـ



$$BF=BE=۱$$
$$CE=CG=۸$$
$$FG=BH=۲r=\sqrt{۹^۲-۷^۲}=\sqrt{۳۲}\Rightarrow r=۲\sqrt{۲}$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ چهارضلعی محیطی) (متوسط)

۲۳-گزینه «۳» ـ



$$DE=\sqrt{۸^۲-۴^۲}=۴\sqrt{۳}$$
$$\Delta AED: AD=\sqrt{۴۸+۸۱}=\sqrt{۱۲۹}$$
$$EH\times AD=DE\times AE$$
$$EH=\frac{۴\sqrt{۳}\times ۹}{\sqrt{۱۲۹}}=\frac{۳۶}{\sqrt{۴۳}}$$

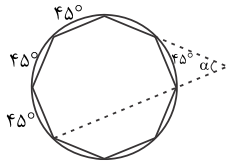
(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ زاویه محاطی) (متوسط)

۲۴-گزینه «۲» ـ

$$MA\times MB=MC\times MD$$
$$\Rightarrow ۳(x+۵)=x(x+۵)\Rightarrow x=۳$$
$$ME^۲=MC\times MD\Rightarrow y^۲=۳\times ۸=۲۴\Rightarrow xy^۲=۳\times ۲۴=۷۲$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ روابط طولی) (متوسط)

۲۵-گزینه «۲» ـ ۸ ضلعی منتظم را درون یک دایره محاط می‌کنیم. زاویه کمان محدود به هر وتر برابر $\frac{۳۶۰^\circ}{۸}$ یعنی ۴۵° خواهد بود.



$$\alpha=\frac{۱۳۵^\circ-۴۵^\circ}{۲}=۴۵^\circ$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ روابط طولی) (متوسط)

۲۶-گزینه «۳» ـ فرض می‌کنیم که شعاع دایره کوچک r و شعاع دایره بزرگ R باشد.

$$۲\sqrt{Rr}=۱۰r\Rightarrow Rr=۲۵r^۲\Rightarrow R=۲۵r$$

(نصیری) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ وضع نسبی دو دایره) (متوسط)

۲۷-گزینه «۲» ـ قطرهای بیضی بر هم عمودند پس:

$$\frac{۱}{m}\times ۴=-۱\Rightarrow m=-۴$$

محل برخورد قطرهای بیضی برابر مرکز بیضی خواهد بود.

$$\begin{cases}y=۴x-۲\\ y=\frac{-x}{۴}+۳\end{cases}\Rightarrow ۴x-۲=\frac{-x}{۴}+۳\xrightarrow{\times ۴}۱۶x-۸=-x+۱۲$$

$$\Rightarrow ۱۷x=۲۰\Rightarrow x=\frac{۲۰}{۱۷}$$

$$y=۴\times\frac{۲۰}{۱۷}-۲=\frac{۴۶}{۱۷}$$

مجموع طول و عرض مرکز بیضی برابر است با:

$$\frac{۲۰}{۱۷}+\frac{۴۶}{۱۷}=\frac{۶۶}{۱۷}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (متوسط)

۲۸-گزینه «۴» ـ

$$a^۲-۴ab+b^۲=۰\xrightarrow{\div a^۲}(\frac{b}{a})^۲-۴\frac{b}{a}+۱=۰$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a}=۲\pm\sqrt{۳}\xrightarrow{۰<\frac{b}{a}<۱}\frac{b}{a}=۲-\sqrt{۳}$$

$$e=\sqrt{۱-(\frac{b}{a})^۲}=\sqrt{۱-(۲-\sqrt{۳})^۲}=\sqrt{۱-(۷-۴\sqrt{۳})}$$

$$\Rightarrow e=\sqrt{۴\sqrt{۳}-۶}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (دشوار)

۲۹-گزینه «۳» ـ طبق خواص بیضی $\widehat{FMX}=\widehat{F'Md}=\alpha$ پس:

$$\alpha+\alpha+۳\alpha=۱۸۰^\circ\Rightarrow ۵\alpha=۱۸۰^\circ\Rightarrow\alpha=۳۶^\circ$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (متوسط)

۳۰-گزینه «۲» ـ فاصله دو رأس داده شده را حساب می‌کنیم.

$$|AA'|=\sqrt{(۳-۱)^۲+(۰+۱)^۲}=\sqrt{۵}$$

چون فاصله کانونی بیشتر از $|AA'|$ است پس A و A' رئوس غیرکانونی‌اند.

$$۲b=\sqrt{۵}\Rightarrow b=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

$$۲c=۳\Rightarrow c=\frac{۳}{۲}$$

$$a^۲=b^۲+c^۲=\frac{۵}{۴}+\frac{۹}{۴}=\frac{۱۴}{۴}\Rightarrow a=\frac{\sqrt{۱۴}}{۲}$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{۳}{\sqrt{۱۴}}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (متوسط)

۳۱-گزینه «۴» ـ چون M و N روی بیضی قرار دارند پس:

$$\begin{cases}MF+MF'=۲a\\ NF+NF'=۲a\end{cases}\Rightarrow MN+NF'+MF'=۴a=۱۶\Rightarrow a=۴$$

$$۲b=۲\Rightarrow b=۱$$

$$c^۲=a^۲-b^۲=۱۶-۱=۱۵\Rightarrow c=\sqrt{۱۵}$$

محیط مثلث MFF' برابر است با:

$$MF+MF'+FF'=۲a+۲c=۲(a+c)=۲(۴+\sqrt{۱۵})$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (متوسط)

۳۲-گزینه «۲» ـ

$$F(۱۳,۰)\quad,\quad W(۱,۰)$$
$$|FW|=c=۱۳-۱=۱۲$$
$$۲b=۱۸\Rightarrow b=۹$$
$$a^۲=b^۲+c^۲=۹^۲+۱۲^۲=۸۱+۱۴۴=۲۲۵\Rightarrow a=۱۵\Rightarrow ۲a=۳۰$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ یضی) (متوسط)

۳۳-گزینه «۳» ـ

$$S_{MFPN}=(FP+MN)\times\frac{NP}{۲}=\frac{۳b^۲}{a}\times\frac{۲c}{۲}=۳b^۲\times\frac{c}{a}$$

$$=۳\times۴\times\frac{۱}{۲}=۶$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (متوسط)

۳۴-گزینه «۱» ـ

$$۲c=FF'=\sqrt{(۳+۱)^۲+(۲+۱)^۲}=۵\Rightarrow c=\frac{۵}{۲}$$

$$۲b=\frac{۱}{۲}(۲a)\Rightarrow a=۲b$$

$$a^۲=b^۲+c^۲\xrightarrow{b=۲a}۴b^۲=b^۲+\frac{۲۵}{۴}$$

$$\Rightarrow ۳b^۲=\frac{۲۵}{۴}\Rightarrow b\sqrt{۳}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow b=\frac{۵}{۲\sqrt{۳}}\Rightarrow a=\frac{۵}{\sqrt{۳}}$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۵}{\sqrt{۳}}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ بیضی) (متوسط)

ریاضیات گسسته

۳۵- گزینه «۳» ـ هر پیشامدی که شامل حرف a باشد قابل قبول است، در نتیجه تمام زیرمجموعه‌های $\{a, b, c, d\}$ که شامل a باشد جواب مسئله است که $۲^۳ = ۸$ حالت داریم. (فرهمندپور) (فصل دوم ـ درس ۱ ـ فضای نمونه‌ای) (متوسط)

۳۶- گزینه «۱» ـ اگر $P(b) = x$ باشد، در این صورت $P(a) = ۳x$ و $P(c) = ۲x$ است.

$$P(a) + P(b) + P(c) = ۱ \Rightarrow ۶x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۶}$$

$$P(a) = ۳x = \frac{۱}{۲}$$

(فرهمندپور) (فصل دوم ـ درس ۲ ـ احتمال غیرهم‌شانس) (متوسط)

۳۷- گزینه «۲» ـ

$$\text{گروه پرخطر}: \frac{۳}{۱۰}\begin{cases}\text{تصادف کنند}: \frac{۴}{۱۰}\\ \text{تصادف نکنند}: \frac{۶}{۱۰}\end{cases}$$

$$\text{گروه کم‌خطر}: \frac{۷}{۱۰}\begin{cases}\text{تصادف کنند}: \frac{۲}{۱۰}\\ \text{تصادف نکنند}: \frac{۸}{۱۰}\end{cases}$$

$$P(\text{تصادف}) = P(\text{پرخطر}) \cdot P(\text{تصادف} \mid \text{پرخطر}) + P(\text{کم‌خطر}) \cdot P(\text{تصادف} \mid \text{کم‌خطر})$$

$$P(\text{تصادف}) = \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۴}{۱۰} + \frac{۷}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲۶$$

(فرهمندپور) (فصل دوم ـ درس ۳ ـ قاعده بیز) (متوسط)

۳۸- گزینه «۴» ـ برای دو پیشامد A و B می‌دانیم $P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')$ و $P(A \mid B) = P(A)$ است، پس داریم:

$$۴P(A \cap B') = P(A) \Rightarrow ۴P(A) \cdot P(B') = P(A) \Rightarrow P(B') = \frac{۱}{۴} \Rightarrow P(B) = \frac{۳}{۴}$$

$$P(A \mid B) = P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۵}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{۳}{۲۰}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۱}{۵} + \frac{۳}{۴} - \frac{۳}{۲۰} = \frac{۴+۱۵-۳}{۲۰}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = ۰/۸$$

(فرهمندپور) (فصل دوم ـ درس ۴ ـ پیشامد مستقل) (دشوار)

۳۹- گزینه «۳» ـ در این گراف $n = ۱۳$ و $\Delta = ۵$ است.

$$\left\lceil \frac{n}{\Delta + ۱} \right\rceil = \left\lceil \frac{۱۳}{۶} \right\rceil = ۳$$

(فرهمندپور) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ معرفی یک نماد) (آسان)

۴۰- گزینه «۲» ـ

$$n = ۱۴ \qquad \Delta = ۵$$

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + ۱} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{۱۴}{۶} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq ۳$$

مجموعه احاطه‌گر مینیمم $= \{h, f, m, c\} \Rightarrow \gamma(G) = ۴$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ عدد احاطه‌گری) (متوسط)

۴۱- گزینه «۳» ـ

$$\gamma(G) = ۱ \Rightarrow \begin{cases} q_{min} = p - ۱ = ۹ \\ q_{max} = \frac{p(p-۱)}{۲} = \frac{۱۰ \times ۹}{۲} = ۴۵ \end{cases}$$

پس: $q \in \{۹, ۱۰, ۱۱, \ldots, ۴۵\}$

تعداد حالات ممکن برای $q = ۴۵ - ۹ + ۱ = ۳۷$

(فرهمندپور) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ اعداد احاطه‌گری) (متوسط)

۴۲- گزینه «۲» ـ در گراف p_n، $q = p - ۱$ است و در گراف ۶ منتظم مرتبه $q = ۳p$

$$۳p - (p-۱) = ۱۷ \Rightarrow ۲p + ۱ = ۱۷ \Rightarrow ۲p = ۱۶ \Rightarrow p = ۸$$

$$\left.\begin{array}{l} \gamma(k_n) = ۱ \\ \gamma(p_n) = [\frac{p}{\Delta + ۱}] = [\frac{۸}{۳}] = ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow \gamma(p_n) - \gamma(k_n) = ۲$$

(فرهمندپور) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ احاطه‌گری) (دشوار)

۴۳- گزینه «۴» ـ در گراف p_n اگر $n = ۳k$ باشد فقط یک γ مجموعه داریم و $\gamma(p_n) = [\frac{n}{۳}]$ است.

$$\left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil = ۳ \Rightarrow ۲ < \frac{n}{۳} \leq ۳ \Rightarrow ۶ < n \leq ۹ \xrightarrow{n=۳k} n = ۹$$

زمانی در یک گراف $\gamma(G) = ۱$ که درجه حداقل یک رأس $(n-۱)$ شود و در این گراف باید درجه رأس ۸ شود در صورتی که در گراف p_n، $\Delta = ۲$ است.

$۸ - ۲ = ۶$ = حداقل تعداد اضافه شده

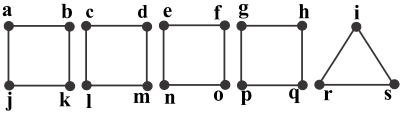
(فرهمندپور) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ عدد احاطه‌گری) (دشوار)

۴۴- گزینه «۱» ـ

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + ۱} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{۱۹}{۳} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq ۷$$

پس حداقل عدد احاطه‌گری ۷ است.

عدد احاطه‌گری یک گراف ۲ منتظم زمانی بیشینه است که تا حد امکان ۴ ضلعی داشته باشیم.

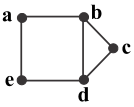


مجموعه احاطه‌گر مینیمم $= \{a, k, c, m, e, f, g, q, i\}$

پس حداکثر احاطه‌گری ۹ است.

(فرهمندپور) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ عدد احاطه‌گری) (دشوار)

۴۵- گزینه «۳» ـ در این گراف $\gamma(G) = ۲$ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم عبارتند از:



$$\{a, b\} - \{a, c\} - \{a, d\} - \{b, d\} - \{b, e\} - \{c, e\} - \{d, e\}$$

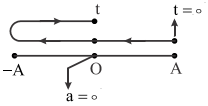
(فرهمندپور) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ γ مجموعه) (متوسط)

فیزیک

۴۶- گزینه «۴» ـ گام اول: دوره حرکت را از رابطه $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\omega = ۲۰\pi} ۲۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۱ s$$

گام دوم: می‌دانیم که در مرکز نوسان $(x = ۰)$ شتاب نوسانگر صفر است و چون نوسانگر در مدت $\frac{T}{۴}$، مسافت A را می‌پیماید با توجه به شکل زیر می‌توان مدت زمان عبور نوسانگر از وسط نوسان را برای دومین بار مشخص کرد:



$$\Delta t = t - ۰ = ۳\frac{T}{۴} \Rightarrow \Delta t = \frac{۳}{۴} \times ۰/۱ \Rightarrow \Delta t = \frac{۳}{۴۰}$$

روش دوم: در مرکز نوسان $\cos \omega t = ۰$ است، پس از معادله مکان ـ زمان نوسانگر استفاده می‌کنیم و زمان موردنظر را حساب می‌کنیم.

$$\text{اولین بار}: \cos ۲۰\pi t = ۰ \xrightarrow{\cos \frac{\pi}{۲}} ۲۰\pi t = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۴۰} s$$

$$\text{برای دومین بار}: ۲۰\pi t = \frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow t_۲ = \frac{۳}{۴۰} s$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان ـ معادله حرکت) (متوسط)

۴۷- گزینه «۱» ـ گام اول: انرژی مکانیکی نوسانگر را از رابطه $E = k + u$ حساب می‌کنیم:

$$E = ۰/۳۵ + ۰/۱۵ = ۰/۵ J$$

گام دوم: از رابطه $E = \frac{۱}{۲} k A^۲$ دامنه نوسان [sl] را حساب می‌کنیم:

$$k = ۱ \times ۱۰^۲ = ۱۰۰ \frac{N}{m}$$

$$۰/۵ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times A^۲ \Rightarrow A = ۰/۱ m \Rightarrow A = ۱۰ cm$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان ـ انرژی نوسان جرم و فنر) (آسان)

۴۸-گزینه «۴» ـ گام اول: چون فنرها مشابه‌انـد و نصـف وزن جسـم بـه هریـک وارد مـی‌شـود، می‌توان از رابطه $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ بسامد زاویه نوسان جسم را حساب کرد:

$$m=\frac{۴}{۲}=۲\,kg\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۲}{۲}}=۱\frac{rad}{s}$$

گام دوم: چون جسم را به اندازه $۱۰cm$ از حال تعادل خارج و سپس رها کـرده‌ایـم، دامنـه حرکت نوسانی برابر $۱۰cm$ می‌شود و از رابطه $V_{max}=A\omega$، بیشـینه تنـدی جسـم را حساب می‌کنیم:

$$A=۱۰\times۱۰^{-۲}=۰/۱m$$

$$V_{max}=۰/۱\times۱=۰/۱\frac{m}{s}$$

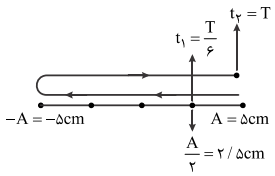
(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان ـ تندی نوسانگر) (متوسط)

۴۹-گزینه «۳» ـ گام اول: با استفاده از لحظه $t=۰/۲s$ می‌توان دوره نوسان را حساب کرد:

$$\frac{T}{۲}=۰/۲s\Rightarrow T=۰/۴s$$

گام دوم: با استفاده از الگوی زمانی زیر $t_۱$ و $t_۲$ و در نهایت $t_۲-t_۱$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t=T-\frac{T}{۶}=\frac{۵T}{۶}=\frac{۵}{۶}\times\frac{۴}{۱۰}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۳}s$$



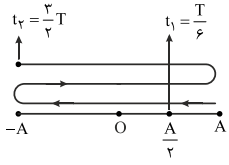
(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان) (متوسط)

۵۰-گزینه «۳» ـ گام اول: لحظه‌های $t_۱=\frac{۱}{۶۰}s$ و $t_۲=\frac{۳}{۲۰}s$ را برحسب دوره نوسان مشخص می‌کنیم:

$$\frac{t_۱}{T}=\frac{\frac{۱}{۶۰}}{۰/۱}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۶},\frac{t_۲}{T}=\frac{\frac{۳}{۲۰}}{۰/۱}\Rightarrow t_۲=\frac{۳}{۲}T$$

گام دوم: از الگوی زمانی زیر استفاده می‌کنیم و مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$l=\frac{A}{۲}+A+۲A+۲A=\frac{۱۱}{۲}A\Rightarrow l=\frac{۱۱}{۲}\times۴=۲۲cm$$

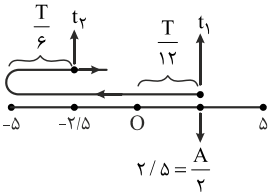


گام سوم: از رابطه $S_{av}=\frac{l}{\Delta t}$، تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$S_{av}=\frac{۲۲\times۱۰^{-۲}m}{\frac{۳}{۲۰}-\frac{۱}{۶۰}}=\frac{۲۲\times۱۰^{-۲}}{\frac{۲}{۱۵}}=۱۶۵\times۱۰^{-۲}\Rightarrow S_{av}=۱/۶۵\frac{m}{s}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان ـ تندی متوسط) (دشوار)

۵۱-گزینه «۱» ـ روش اول: گام اول: هرگاه نوسـانگر بـه مرکـز نوسـان نزدیـک شـود حـرکتش تندشونده است و مطابق شکل زیر لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ را حساب می‌کنیم:

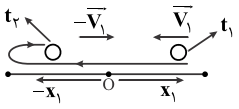


$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۶}=\frac{T}{۲}$$

گام دوم:

$$\Delta t=\frac{T}{۲}=\frac{۰/۱}{۲}=\frac{۱}{۲۰}s$$

روش دوم: نکته: فاصله زمانی بین دو لحظه که مکان و سرعت جسم قرینه باشند، برابر $\frac{T}{۲}$ است.



$$t_۲-t_۱=\frac{T}{۲}=\frac{۱}{۲۰}s$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان) (متوسط)

۵۲-گزینه «۱» ـ

الف) درست

ب) نادرست، می‌تواند کندشونده هم باشد.

پ) نادرست، نیرو به‌صورت سینوسی تغییر می‌کند.

ت) نادرست، شتاب برحسب زمان تغییر می‌کند. (افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان) (آسان)

۵۳-گزینه «۳» ـ از رابطه تندی موج استفاده می‌کنیم:

$$V=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{۱۰}{۵۰}=۰/۲m$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نوسان ـ تندی موج) (آسان)

۵۴-گزینه «۴» ـ از رابطه تندی انتشار موج در تار داریم:

$$V=\sqrt{\frac{Fl}{m}}=\frac{۲}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

$$\frac{V_A}{V_B}=\frac{d_B}{d_A}\sqrt{\frac{F_A}{F_B}\times\frac{\rho_B}{\rho_A}}\Rightarrow۱=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\times\sqrt{\frac{F_A}{F_B}\times\frac{۱}{\frac{۳}{۲}}}\Rightarrow\frac{F_A}{F_B}=\frac{۳}{۸}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ موج ـ تندی انتشار موج در تار) (متوسط)

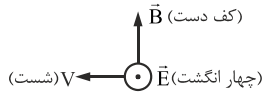
۵۵-گزینه «۱» ـ می‌دانیم متوسط آهنگ انتقال انرژی موج مکانیکی متناسب با مجذور بسامد و مجذور دامنه موج است.

$$P\propto A^۲f^۲$$

$$P\propto\frac{A^۲}{T^۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=(\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{T_۱}{T_۲})^۲\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=(\frac{۳}{۲}\times۲)^۲=۹$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ موج) (آسان)

۵۶-گزینه «۴» ـ از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم:



(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ موج الکترومغناطیسی) (آسان)

۵۷-گزینه «۳» ـ الف) نادرست، در حرکت به طرف بالا و کندشونده

ب) نادرست، در حرکت به طرف پایین و تندشونده

پ) درست، چون فاصله ذره C تا مرکز نوسان بیش‌تر از فاصله ذره A تا مرکز نوسان است.

ت) نادرست (سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نقش موج) (آسان)

۵۸-گزینه «۲» ـ گام اول: دوره حرکت و موج را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{۲}=۰/۱\Rightarrow T=۰/۲s$$

گام دوم: طول موج را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow\lambda=۵\times۰/۲=۱m$$

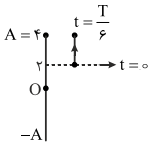
گام سوم: چون $d_۱=\frac{\lambda}{۴}$ است، پس داریم:

$$d_۱=\frac{۱}{۴}m=۲۵cm$$

و چون دامنه موج را برابر دامنه نوسان چشمه موج در نظر می‌گیـریم، $d_۲=۲A=۸cm$ است. (افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نقش موج) (آسان)

۵۹-گزینه «۱» ـ گام اول: از نقش موج نتیجه می‌گیریم که:

$$\frac{5\lambda}{4}=60\Rightarrow\lambda=48\,cm$$



گام دوم: چون موج به سمت چپ منتشر می‌شود، ذره M در لحظه $t=0$ در حال بالا رفتن است و پس از $\frac{T}{6}$ به نقطه بازگشتی (برای اولین بار) می‌رسد.

گام سوم: از رابطه $V=\frac{\lambda}{T}$، ابتدا T و سپس $\frac{T}{6}$ را حساب می‌کنیم:

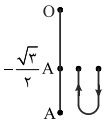
$$10=\frac{0/48}{T}\Rightarrow T=0/048\,s$$

$$\Delta t=\frac{T}{6}=\frac{0/048}{6}=0/008\,s$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نقش موج) (متوسط)

۶۰-گزینه «۴» ـ در لحظه $t=0$، ذره در مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و در حرکت به طرف پایین است، پس از $\frac{T}{12}$ به نقطه بازگشتی A می‌رسد و پس از $\frac{T}{12}$ دیگر دوباره به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رسد. پس مسافت طی شده از $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $-A$ برابر است با:

$$l_1=|A-\frac{\sqrt{3}}{2}A|=\frac{2-\sqrt{3}}{2}A$$

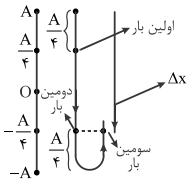


برای اینکه تندی متوسط ذره را حساب کنیم، مسافت کل را در نظر می‌گیریم:

$$l=2l_1\Rightarrow S_{av}=\frac{2l_1}{\Delta t}=\frac{(2-\sqrt{3})A}{\frac{T}{6}}=6(2-\sqrt{3})\frac{A}{T}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نقش موج) (متوسط)

۶۱-گزینه «۴» ـ با توجه به مسیر حرکت ذره در شکل زیر می‌توان نتیجه گرفت که:



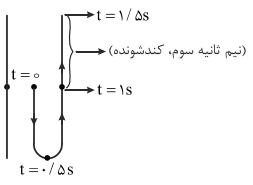
$\Delta x=2A-\frac{A}{4}$: جابه‌جایی

$l=2A+\frac{A}{4}$: مسافت

$$\frac{|V_{av}|}{S_{av}}=\frac{\frac{2A-\frac{A}{4}}{\Delta t}}{\frac{2A+\frac{A}{4}}{\Delta t}}=\frac{\frac{7}{4}A}{\frac{9}{4}A}=\frac{7}{9}$$

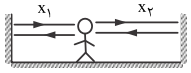
(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نقش موج) (دشوار)

۶۲-گزینه «۱» ـ چون دوره برابر ۲s است، پس در مدت ۰/۵ ثانیه ذره از مرکز تعادل به $-A$ می‌رسد و طول $l=A$ را طی می‌کند. موج در حال انتشار به طرف چپ است، پس ذره ابتدا به طرف پایین حرکت می‌کند. سپس به طرف بالا می‌رود.



(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ نقش موج) (آسان)

۶۳-گزینه «۲» ـ برای مدت زمان رفت و برگشت صوت از هر دیواره داریم:



$$2x_1=Vt_1$$

$$2x_2=Vt_2$$

$$x_2-x_1=\frac{V}{2}(t_2-t_1)\Rightarrow x_2-x_1=150\times0/1=15\,m$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ صوت) (متوسط)

۶۴-گزینه «۴» ـ از رابطه $I\propto\frac{A^2f^2}{d^2}$ داریم:

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{d_1}{d_2})^2\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=(\frac{5}{10})^2=\frac{1}{4}$$

(افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ شدت صوت) (آسان)

۶۵-گزینه «۲» ـ گام اول: شدت موج را در فاصله ۱۰۰ متری حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P}{A}=\frac{P}{4\pi r^2}$$

$$I=\frac{24}{4\pi\times(100)^2}=2\times10^{-4}\,\frac{W}{m^2}$$

گام دوم: تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\beta=10\log\frac{2\times10^{-4}}{10^{-12}}=10(\log2+\log10^8)=10(0/3+8)=83\,dB$$

(سراسری با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ تراز شدت صوت) (متوسط)

۶۶-گزینه «۱» ـ

الف) نادرست، طول موج به حرکت چشمه بستگی دارد.

ب) نادرست، اگر تندی آن‌ها متفاوت باشد، بسامد دریافتی نیز متفاوت است.

پ) نادرست، در محیط‌های جامد و مایع هم منتشر می‌شود.

ت) درست (افاضل) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ صوت) (آسان)

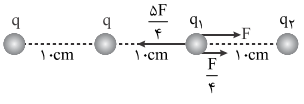
۶۷-گزینه «۲» ـ از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$q_2'=-3q_1-\frac{2}{3}(-2q_1)=-q_1\qquad q_1'=q_1+(-\frac{2}{3}\times3q_1)=-q_1\qquad r'=10+20=30$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q_1q_1}{q_1\times3q_1}\times(\frac{10}{30})^2\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{1}{27}$$

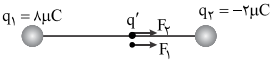
با توجه به جهت نیروی $\vec{F}$ چون علامت بار q_1 عوض می‌شود، جهت نیرو نیز عوض می‌شود. (افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ قانون کولن) (متوسط)

۶۸-گزینه «۲» ـ فرض کنیم $q<0$ باشد و q_1 نیز مثبت باشد، اگر بار q که در فاصله ۱۰cm از q_1 است، نیروی F بر q_1 وارد کند، بنابر قانون کولن بار q که در فاصله ۲۰cm (دو برابر) از q_1 است، نیروی $\frac{F}{4}$ و هم‌جهت F بر q_1 وارد می‌کند، پس باید اندازه نیروی q_2 برابر $F_1+\frac{F}{4}=\frac{5}{4}F$ و در خلاف جهت آن به طرف چپ باشد، چون فاصله q_2 تا q_1 نیز 10cm است، پس اندازه q_2 باید $\frac{5}{4}$ برابر بار q باشد، و هم‌نام با q



(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ برهم‌نهی نیروهای الکتریکی) (متوسط)

۶۹-گزینه «۲» ـ فرض می‌کنیم $q'>0$ باشد، برای این‌که نیروهای الکتریکی وارد بر آن برابر (هم‌جهت و هم‌اندازه) باشد، باید q' بین دو بار باشد.

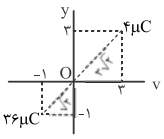


$$F_1=F_2\Rightarrow\frac{|q_1|}{r_1^2}=\frac{|q_2|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{8}{2}=(\frac{r_1}{r_2})^2$$

$$\xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{جذر}}\frac{r_1}{r_2}=2\xrightarrow{r_1+r_2=30\,cm}r_1=20\,cm,\,r_2=10\,cm$$

(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ برهم‌نهی نیروهای الکتریکی) (متوسط)

۷۰-گزینه «۳» ـ چون بارها هم‌نامند، نقطه‌ای بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر می‌تواند میدان الکتریکی خالص صفر شود.



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = \frac{|q_۲|}{r_۲^۲} \Rightarrow |\frac{q_۱}{q_۲}| = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

$$\frac{۴}{۳۶} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{r_۱}{r_۲} = \frac{۱}{۳}, r_۱ + r_۲ = ۴\sqrt{۲}\,cm \Rightarrow r_۱ = \sqrt{۲}\,cm, r_۲ = ۳\sqrt{۲}$$

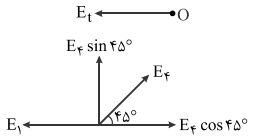
ملاحظه می‌شود که نقطه‌ای که میدان خالص برابر صفر می‌شود در مبداء مختصات قرار می‌گیرد. (افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ برهم‌نهی میدان الکتریکی) (دشوار)

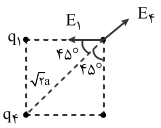
۷۱-گزینه «۲» ـ

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{۳\vec{i} - ۴\vec{j}}{-۲\times ۱۰^{-۹}} \times ۱۰^{-۵} = (-۱/۵\vec{i} + ۲\vec{j}) \times ۱۰^{۴}$$

(سراسری با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ میدان الکتریکی) (آسان)

۷۲-گزینه «۴» ـ چون میدان خالص در جهت $-\vec{j}$ است، نتیجه می‌گیریم میدان خالص در راستای x باید صفر باشد؛ یعنی میدان $q_۴$ باید میدان $q_۱$ را خنثی کند، چون $q_۱$ منفی و میدان آن در نقطه O به طرف چپ است، بار $q_۴$ باید مثبت باشد و میدان بار $q_۴$ باید به طرف بیرون $q_۴$ (در راستای قطر) باشد.





$$E_۴ \cos ۴۵° = E_۱$$

$$k\frac{|q_۴|}{(\sqrt{۲}a)^۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = k\frac{|q_۱|}{a^۲} \Rightarrow \frac{q_۴ \times \sqrt{۲}}{۲a^۲ \times ۲} = \frac{۱۰}{a^۲} \Rightarrow q_۴ = ۲۰\sqrt{۲}\,\mu C$$

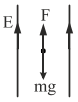
(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ برهم‌نهی میدان الکتریکی) (متوسط)

۷۳-گزینه «۲» ـ گام اول: نیروی الکتریکی وارد بر بار را حساب می‌کنیم:

$$F = qE = ۲\times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۳} = ۲\,N$$

چون $q > ۰$ جهت نیروی الکتریکی به طرف بالا است

گام دوم: وزن جسم را حساب می‌کنیم: $mg = ۱۰۰\times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۱\,N$



چون $F > mg$ است، از قانون دوم نیوتن داریم:

$$F - mg = ma \Rightarrow ۲ - ۱ = ۱۰۰\times ۱۰^{-۳} \times a \Rightarrow a = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ نیروی وارد بر بار) (متوسط)

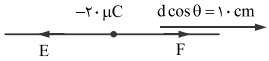
۷۴-گزینه «۲» ـ

$$E = k\frac{q}{r^۲}, E_۱ = k\frac{q}{۱}, E_۲ = k\frac{q}{۳^۲}$$

$$E_۱ - E_۲ = kq(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۹}) \Rightarrow ۱۶ = ۹\times ۱۰^{۹} \times q \times \frac{۸}{۹} \Rightarrow q = ۲\times ۱۰^{-۹}\,C = ۲\,nC$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ میدان بار نقطه‌ای) (آسان)

۷۵-گزینه «۲» ـ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به مسیر حرکت بار بستگی ندارد و به مقدار جابه‌جایی در راستای میدان بستگی دارد.



$$\Delta u = -|q|Ed\cos\theta$$

$$\xrightarrow{d\cos\theta = ۱۰\,cm} \Delta u = -|-۲۰|\times ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰ \times ۰/۱ \times ۱ = -۲\times ۱۰^{-۵}\,J$$

(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ انرژی پتانسیل الکتریکی) (متوسط)

۷۶-گزینه «۳» ـ

الف) درست، $q_۱$ مثبت است (خط میدان از آن خارج شده است)

ب) درست (تراکم خطوط اطراف $q_۱$ بیش‌تر از $q_۲$ است.)

پ) درست

ت) نادرست، میدان در خارج دو بار ناهم‌نام و نزدیک‌تر به بار کوچک‌تر $(q_۱)$ می‌تواند صفر باشد. (افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ خطوط بار الکتریکی) (آسان)

۷۷-گزینه «۲» ـ میدان شکل (۲) قوی‌تر است و به‌ازای جابه‌جایی یکسان در دو میدان (۱) و (۲)، تغییر پتانسیل الکتریکی در (۲) بیش‌تر از (۱) است. پس $|\Delta V_{A'B'}| > |\Delta V_{AB}|$

$$V_{B'} > ۴۰ > V_B$$

(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ خطوط میدان الکتریکی) (آسان)

۷۸-گزینه «۳» ـ

$$C_۰ = \varepsilon_۰ \frac{A}{d} = ۱۰^{-۱۲} \times \frac{۱۰\times ۱۰^{-۴}}{۱\times ۱۰^{-۳}} = ۱۰^{-۱۲}\,F$$

$$C_۰ = ۱۰^{-۱۲} \times ۱۰^{+۶} = ۱۰^{-۶}\,\mu F$$

(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ خازن) (آسان)

۷۹-گزینه «۱» ـ ولتاژ خازن ثابت می‌ماند و فاصله دو صفحه نیز تغییر نکرده است.

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow[d_۲ = d_۱]{V_۱ = V_۲} E_۱ = E_۲$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ خازن) (آسان)

۸۰-گزینه «۲» ـ چون بار منفی از صفحه منفی جدا و به صفحه دیگر منتقل کرده‌ایم، بار و انرژی خازن کم می‌شوند.

$$u = \frac{Q^۲}{۲C} \xrightarrow[Q_۲ = Q_۱ - ۲\times ۱۰^{-۳}\,J]{u_۲ - u_۱ = -۱/۸\,J} ۱/۸ = \frac{(Q_۱ - ۲\times ۱۰^{-۳}) - Q_۱^۲}{۲\times ۱۰^{-۶}}$$

$$-۳/۶\times ۱۰^{-۵} = Q_۱^۲ - ۴Q_۱\times ۱۰^{-۳} + ۴\times ۱۰^{-۶} - Q_۱^۲$$

$$-۳/۶\times ۱۰^{-۵} = -۴Q_۱ ۱۰^{-۳} + ۴\times ۱۰^{-۶}$$

$$۴\times ۱۰^{-۵} = ۴Q\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow Q = ۱۰^{-۲}\,C$$

$$V_۱ = \frac{Q_۱}{C} = \frac{۱۰^{-۲}}{۱۰\times ۱۰^{-۶}} = ۱۰^{۳}\,v$$

(افاضل) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ الکتریسیته ساکن ـ خازن) (متوسط)

شیمی

۸۱-گزینه «۴» ـ در فرایند برقکافت آند قطب مثبت و کاتد قطب منفی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در کاتد $۲H_۲$ $(۴\,g = ۲(۲(۱)))$ و در آند $۱O_۲$ $(۳۲\,g = ۲(۱۶))$ تولید می‌شود:

$$\frac{۱}{۸} = \frac{۴}{۳۲}$$

گزینه «۲»: با توجه به نیم‌واکنش آندی فرایند برقکافت آب خالص، H^+ تولید می‌شود و رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^-$$

گزینه «۳»: در معادله کلی، برقکافت آب خالص، ضریب استوکیومتری $H_۲$ دو برابر $O_۲$ است:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۲(g) + O_۲(g)$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ برقکافت آب خالص) (متوسط)

۸۲-گزینه «۲» ـ

$$\text{سلول emf} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = \begin{cases} \text{در محیط اسیدی emf} = ۱/۲۳ - (-۰/۴۴) = ۱/۶۷\,v \\ \text{در محیط خنثی emf} = ۰/۴ - (-۰/۴۴) = ۰/۸۴\,v \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۸۴}{۱/۶۷} \simeq \frac{۱}{۲}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: E° اکسیژن در محیط اسیدی $(۱/۲۳\,v)$ بیش‌تر از محیط خنثی $(۰/۴\,v)$ است، بنابراین در محیط اسیدی تمایل بیش‌تری برای کاهش یافتن (گرفتن e) دارد.

گزینه «۳»: فلز طلا در هیچ‌کدام از دو محیط مرطوب و اسیدی اکسید نمی‌شود (E° بالاتری دارد).

گزینه «۴»: Fe کاهنده بهتری می‌باشد و واکنش خودبه‌خود انجام می‌شود.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ با هم بیندیشیم) (متوسط)

۸۳-گزینه «۳» ـ محیط بازی و قرارگیری آهن در کنار Zn، باعث کاهش خوردگی و افزایش مقدار $O_۲$ و قرارگیری آهن در کنار فلزی با E° بیشتر باعث افزایش خوردگی می‌شود.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ خوردگی) (آسان)

۸۴-گزینه «۱» ـ همه موارد درست می‌باشد. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ حلبی) (آسان)

۸۵-گزینه «۳» ـ بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: جنس الکترولیت باید از محلول نمک فلزی باشد که به‌عنوان پوشش به‌کار می‌رود.

گزینه «۲»: فقط اجسام رسانا را می‌توان آبکاری کرد.

گزینه «۴»: آند در آبکاری (سلول الکترولیتی) قطب (+) دارد.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ آبکاری) (آسان)

۸۶-گزینه «۳» ـ

$$\text{حجم Al تولیدی} = ۰/۵۴\,L = ۵۴۰\,mL$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow ۲/۵ = \frac{x\,g}{۵۴۰\,mL} \Rightarrow x = ۱۳۵۰\,g\,Al$$

قسمت اول: با توجه به نیم‌واکنش کاتدی:

$$Al^{۳+}(l) + ۳e \rightarrow Al(l)$$

$$۱۳۵۰\,g\,Al \times \frac{۱\,mol\,Al}{۲۷\,g\,Al} \times \frac{۳\,mol\,e}{۱\,mol\,Al} = ۱۵۰\,mol\,e$$

قسمت دوم: با توجه به واکنش کلی سلول هال:

$$\underset{x\,g}{۲Al_۲O_۳(s)} + ۳C(s) \rightarrow \underset{۱۳۵۰\,g}{۴Al(l)} + ۳CO_۲(g)$$

$$[\frac{x\,g}{۳\times۱۲}] = [\frac{۱۳۵۰\,g}{۴\times۲۷}] \Rightarrow x = ۴۵۰\,g$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ فرایند هال) (دشوار)

۸۷-گزینه «۳» ـ فقط قسمت (الف) نادرست است.

الف) در ساختار خاک رس تعداد زیادی اکسید فلزی وجود دارند و اکسیدهای فلزی نیز خاصیت بازی دارند. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ خاک رس) (آسان)

۸۸-گزینه «۲» ـ

$$\frac{M_۳(PO_۴)_۲ \text{ درصد جرمی } M \text{ در}}{M_۲SiO_۴ \text{ درصد جرمی } M \text{ در}} = ۰/۸ = \frac{\frac{۳M}{۳M + ۲(۹۵)} \times ۱۰۰}{\frac{۲M}{۲M + ۹۲} \times ۱۰۰}$$

$$\frac{۶M + ۲۷۶}{۶M + ۳۸۰} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow ۶۰M + ۲۷۶۰ = ۴۸M + ۳۰۴۰ \Rightarrow ۱۲M = ۲۸۰ \Rightarrow M = ۲۳/۳$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درصد جرمی) (متوسط)

۸۹-گزینه «۴» ـ واکنش‌پذیری مواد اولیه آثار باستانی کم است.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ حفظیات) (آسان)

۹۰-گزینه «۴» ـ جرم کاهش‌یافته آب:

$$٪H_۲O = \frac{\text{آب } g}{\text{کل } g} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۳/۳۲ = \frac{۱۳/۳۲ - x}{۱۰۰ - x} \times ۱۰۰ \Rightarrow x \simeq ۱۰/۳۴\,g$$

$$٪SiO_۲ = \frac{۴۶/۲}{۱۰۰ - ۱۰/۳۴} \times ۱۰۰ \simeq ۵۱/۵٪$$

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درصد جرمی اجزای خاک رس) (دشوار)

۹۱-گزینه «۲» ـ بررسی موارد نادرست:

ب) $SiO_۲$ (سیلیس) جامد کووالانسی است و در آن همه اتم‌ها با پیوند کووالانسی به هم متصل شده‌اند، درحالی‌که $CO_۲$ ساختاری مولکولی دارد.

ت) سیلیس یک جامد کووالانسی است و در آن پیوندهای یونی وجود ندارد.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ سیلیس) (آسان)

۹۲-گزینه «۳» ـ بین لایه‌های گرافیت جاذبه واندروالسی (نیروی بین مولکولی) وجود دارد.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ دگرشکل‌های کربن) (آسان)

۹۳-گزینه «۲» ـ واژه‌های نیروی بین مولکولی و فرمول مولکولی فقط برای مواد مولکولی قابل استفاده است. $SiO_۲$ جامد کووالانسی و $NaCl$ جامد یونی بوده و بقیه مواد ماده مولکولی هستند.

(کتاب‌درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ تفاوت مواد مولکولی و جامدهای دیگر)(متوسط)

۹۴-گزینه «۲» ـ فقط مورد (الف) نادرست است.

بررسی مورد الف: مثال نقض: HF یک ماده مولکولی است، اما در دما و فشار اتاق به‌صورت گازی شکل است. (میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مقایسه مواد مولکولی و کووالانسی) (متوسط)

۹۵-گزینه «۳» ـ بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: لایه‌های مختلف گرافیت توسط پیوندهای ضعیف واندروالسی کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند.

گزینه «۲»: یخ ساختار و آرایش سه‌بعدی دارد.

گزینه «۴»: هر اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن پیوند کووالانسی و با ۲ اتم دیگر هیدروژن پیوند واندروالسی تشکیل می‌دهد.

(میرعباسی) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ یخ و مقایسه آن با جامدهای دیگر) (متوسط)

۹۶-گزینه «۱» ـ همه موارد درست می‌باشد.

(سراسری ۹۸ با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ $SiO_۲$ و Si) (آسان)

۹۷-گزینه «۴» ـ بدون شرح!

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مقایسه جامدها) (متوسط)

۹۸-گزینه «۲» ـ با توجه به فرمول سیلیکات عنصر، بار این کاتیون ۲+ می‌باشد، بنابراین فرمول شیمیایی نیترید این عنصر به‌صورت $X_۳N_۲$ می‌باشد. با توجه به این فرمول، درصد جرمی نیتروژن در این ترکیب به‌صورت زیر است:

$$٪N = \frac{\text{جرم N}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۲\times۱۴}{۲\times۱۴ + ۳\times۵۶} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۴/۲$$

(سراسری ـ ۹۲ با تغییر) (پایه دوازدهم ـ فصل سوم ـ درصد جرمی) (متوسط)

۹۹-گزینه «۳» ـ موارد (الف) و (ب) درست می‌باشند. بررسی موارد نادرست:

پ) تولید سفال و استخراج فلزها مربوط به نسل‌های بعد از انسان‌های پیشین است.

ت) همه (نه اغلب) مواد لازم برای تولید دوچرخه از کره زمین به‌دست می‌آید.

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ حفظیات) (آسان)

۱۰۰-گزینه «۳» ـ فقط مورد (ت) نادرست است. بررسی موارد:

الف) کربن نخستین عنصر گروه ۱۴ است و فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد.

ب) Si دومین عنصر گروه ۱۴ است و دارای سطحی براق و درخشان است.

پ) Pb پنجمین عنصر گروه ۱۴ است و رسانای خوب گرما و الکتریسیته است.

ت) Ge سومین عنصر گروه ۱۴ و شبه‌فلز است، اما متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی است. (میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ خواص عناصر گروه ۱۴) (متوسط)

۱۰۱-گزینه «۴» ـ

گزینه «۱»: در بیرونی‌ترین لایه خود سه الکترون دارد.

$$_{۳۱}X : [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}\,\underbrace{۴s^{۲}۴p^{۱}}$$

گزینه «۲»: عنصر بعد از $_{۳۱}X\,(_{۳۱}Ga)$، ژرمانیم می‌باشد که یک شبه‌فلز است و فلزات (مانند $_{۳۱}Ga$) و شبه‌فلزات (مانند $_{۳۲}Ge$)، خصلت فیزیکی مشابه، اما خصلت شیمیایی متفاوتی دارند.

گزینه «۳»: $_{۳۱}X$ با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش ۲۸ الکترون می‌رسد که هیچ گاز نجیبی عدد اتمی ۲۸ ندارد.

گزینه «۴»: در بیرونی‌ترین زیرلایه عنصر قبل از $_{۳۱}X$ یعنی عنصری با عدد اتمی ۳۰، ۲ الکترون وجود دارد $(۴s^{۲})$. (میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ آرایش الکترونی) (متوسط)

۱۰۲-گزینه «۴» ـ شعاع عنصری است که در دمای اتاق به آرامی با $H_۲$ واکنش می‌دهد $(_{۱۷}Cl)$ کم‌تر از عنصری است که در دمای ۲۰۰°C با $H_۲$ واکنش می‌دهد. $(_{۳۵}Br)$

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ شعاع اتمی) (متوسط)

۱۰۳-گزینه «۱» ـ آزادسازی گرما، تولید نور و خروج گاز نشانه‌هایی از انجام واکنش است.

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ انجام‌پذیری واکنش) (آسان)

۱۰۴-گزینه «۲» ـ فقط مورد «پ» نادرست است.

پ)

$$x^{۳+} : [_{۱۸}Ar]۳d^{۶} \Rightarrow x : \underbrace{[_{۱۸}Ar]۳d^{۷}۴s^{۲}}$$

عدد اتمی ۲۷ می شود.

در مورد قسمت «ث»:

ث) براساس واکنش $FeCl_۲(aq) + NaOH(aq) \rightarrow NaCl(aq) + Fe(OH)_۲(s)$ که بدین شکل انجام‌پذیر است، می‌توان دریافت که واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها $(FeCl_۲)$ و پایداری فراورده‌ها $(Fe(OH)_۲)$ بیش‌تر است.

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ فلزات و واکنش‌پذیری فلزات) (متوسط)

۱۰۵-گزینه «۲» ـ بررسی موارد نادرست:

گزینه «۱»: حالت فیزیکی Si حاصل مایع (l) است.

گزینه «۳»: واکنش‌پذیری $Fe > Cu$ است، پس واکنش به‌صورت نوشته شده انجام‌ناپذیر است.

گزینه «۴»: از واکنش Fe_2O_3 با CO (نه CO_2)، Fe و CO_2 حاصل می‌شود.

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ انجام‌پذیری واکنش‌ها) (متوسط)

۱۰۶-گزینه «۱» ـ در این فرایند، آهن به‌صورت مذاب $Fe(l)$ تولید می‌شود.

$$2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 2Fe(l)$$

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ واکنش ترمیت) (آسان)

۱۰۷-گزینه «۳» ـ

$$C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$$

$$C_6H_{12}O_6 = 180 \frac{g}{mol}$$

$$C_2H_5OH = 46 \frac{g}{mol}$$

$$CO_2 = 44 \frac{g}{mol}$$

جرم ماده گازی ـ جرم فراورده محلول در آب

$$2C_2H_5OH - 2CO_2 = 2(46) - 2(44) = 4g$$

$$10g \text{ (اختلاف جرم)} \times \frac{180g\, C_6H_{12}O_6}{4g \text{ (اختلاف جرم)}} = 450g\, C_6H_{12}O_6 \text{ گلوکز واکنش داده}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{450}{675} \times 100 \simeq 0/66$$

(سراسری ریاضی ـ ۱۴۰۰ با تغییر) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ بازده درصدی) (دشوار)

۱۰۸-گزینه «۴» ـ ابتدا موازنه معادلات:

$$I)\ C_2H_5OH(l) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 3H_2O(l)$$

$$II)\ Na_2CO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow 2NaCl(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

قسمت اول:

$$[\frac{7/5 \text{ mol HCl} \times R}{2 \times 100}] = [\frac{60/75 g}{1 \times 18}] \Rightarrow R = 90\%$$

قسمت دوم:

$$[\frac{M\, g\, C_2H_5OH}{1 \times 46}] = [\frac{x \text{ mol } CO_2(I)}{2 \times 1}] \Rightarrow x = \frac{M}{23} \text{ mol } CO_2(I)$$

$$[\frac{M\, g\, Na_2CO_3}{1 \times 106}] = [\frac{x \text{ mol } CO_2(II)}{1}] \Rightarrow x = \frac{M}{106} \text{ mol } CO_2(II)$$

$$\frac{\text{mol } CO_2(I)}{\text{mol } CO_2(II)} = \frac{\frac{M}{23}}{\frac{M}{106}} = 4/6$$

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ بازده درصدی) (متوسط)

۱۰۹-گزینه «۳» ـ ابتدا موازنه واکنش‌ها:

$$4HNO_3(aq) + Cu(s) \rightarrow Cu(NO_3)_2(aq) + 2NO_2(g) + 2H_2O(l)$$

$$NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$$

ابتدا باید قسمت دوم حل شود تا درصد خلوص به‌دست آید. برای حل این قسمت می‌توان از NO_2 به‌عنوان فصل مشترک استفاده کرد. برای این کار کافی است که واکنش دوم در عدد ۲ ضرب شود تا ضرایب NO_2 در دو واکنش یکسان شود، بدین‌ترتیب می‌توان مستقیم ارتباطی بین HNO_3 و O_3 برقرار کرد.

$$\left.\begin{matrix} 4HNO_3 \sim 2NO_2 \\ 2NO_2 \sim 2O_3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} 4HNO_3 & \sim & 2O_3 \\ 630g & & \text{گاز } 89/6L \\ P? & & \end{matrix}$$

$$[\frac{630 \times P}{4 \times 63 \times 100}] = [\frac{89/6L\, O_3}{2 \times 22/4}] \Rightarrow P = 80\%$$

قسمت دوم:

$$[\frac{630g \times 80}{4 \times 63 \times 100}] = [\frac{x \text{ mol } Cu(NO_3)_2}{1 \times 1}] \Rightarrow x = 2 \text{ mol}$$

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ استوکیومتری و درصد خلوص) (دشوار)

۱۱۰-گزینه «۱» ـ با افزایش عدد اتمی در هالوژن‌ها (از بالا به پایین) واکنش‌پذیری کم می‌شود.

بررسی موارد نادرست:

گزینه «۲»: واکنش‌پذیری عناصر دوره دوم به‌صورت نامنظم (ابتدا کاهش و بعد افزایش و دوباره کاهش) است.

گزینه «۳»: واکنش‌پذیری فلزات قلیایی با افزایش عدد اتمی زیاد می‌شود.

گزینه «۴»: خصلت نافلزی در دوره‌ها با افزایش عدد اتمی زیاد می‌شود.

(میرعباسی) (پایه یازدهم ـ فصل اول ـ خصلت فلزی و نافلزی و واکنش‌پذیری) (متوسط)