فصل ۶

خط و معادله‌های خطی

بخشی از سقف صحن و سرای حرم مطهر سیدالشهدا، امام حسین (ع)

کاربرد هندسه و خط‌ها در فرش‌بافی، کاشی‌کاری، نگارگری، خطاطی، گچ‌بری، کتیبه نویسی، تذهیب و ... غیرقابل انکار و بسیار حائز اهمیت است. از انواع خط برای ایجاد زاویه‌ها و جداسازی فضاها استفاده‌های فراوان می‌شود.

درس اول - دوم

معادله خط – شیب خط و عرض از مبدا

معادله خط : رابطه ای است که بین نقاط تشکیل دهنده یک خط وجود دارد.

نکته : فرم کلی معادله خط به صورت $(y = ax + b)$ می باشد.

نکته : در صورتی که نمودار رابطه ی بین دو مقدار به صورت خط راست باشد. آن دو مقدار با هم رابطه خطی دارند.

مثال : آیا رابطه بین یک ضلع مربع و محیط مربع رابطه ی خطی است؟ چرا؟ بله. چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش محیط مربع یک مقدار ثابت است :

x	۱	۲	۳	۴
$y = ۴x$	۴	۸	۱۲	۱۶

سؤال: آیا رابطه‌ی بین طول ضلع مربع و مساحت مربع یک رابطه‌ی خطی است؟

خیر زیرا اگر ضلع مربع را x و مساحت مربع را y در نظر بگیریم خواهیم داشت: $y = x^2$

ضلع	۱	۲	۳	۴
مساحت	۱	۴	۹	۱۶

یافتن نقاط روی یک خط که معادله‌ی آن معلوم است

اگر نقطه‌ای از خط داشته باشیم که فقط طول(یا فقط عرض آن) معلوم باشد به کمک معادله‌ی خط مختص دیگر آن نقطه را نیز می توانیم به دست آوریم.

مثال۱: اگر نقاط $A=\begin{bmatrix}۴\\m\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}n\\-۵\end{bmatrix}$ نقاطی از خط به معادله‌ی $y=۲x-۳$ باشند m و n را پیدا کنید.

$$A=\begin{bmatrix}۴\\m\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{مختصات نقطه را در } y=۲x-۳ \text{ جای‌گذاری می‌کنیم}} m=۲\times ۴-۳=۸-۳=۵$$

$$B=\begin{bmatrix}n\\-۵\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{مختصات نقطه را در } y=۲x-۳ \text{ جای‌گذاری می‌کنیم}} -۵=۲\times n-۳\Rightarrow -۵+۳=۲n\Rightarrow -۲=۲n\Rightarrow n=\frac{-۲}{۲}=-۱$$

مثال۲: آیا نقاط $C=\begin{bmatrix}۴\\۱۰\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-۲\\-۶\end{bmatrix}$ روی خط به معادله‌ی $y=۳x-۲$ قرار دارند یا خیر؟

جواب : مختصات نقطه را در معادله‌ی خط جای گذاری می کنیم (یعنی به جای x طول نقطه و به جای y عرض از مبدأ نقطه را قرار می دهیم. اگر تساوی برقرار باشد نقطه روی خط واقع است و در غیر این‌صورت نقطه روی خط واقع نیست.)

$$C=\begin{bmatrix}۴\\۱۰\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{مختصات نقطه را در } y=۳x-۲ \text{ جای‌گذاری می‌کنیم}} ۱۰=۳\times ۴-۲\Rightarrow ۱۰=۱۰$$

چون تساوی برقرار است پس نقطه روی خط واقع می باشد.

$$B=\begin{bmatrix}-۲\\-۶\end{bmatrix}\xrightarrow{\text{مختصات نقطه را در } y=۳x-۲ \text{ جای‌گذاری می‌کنیم}} -۶=۳\times -۲-۲\Rightarrow -۶=-۸\Rightarrow$$

چون این تساوی درست نیست پس نقطه روی خط قرار ندارد.

۴- برای اینکه نشان دهیم نقطه ای روی یک قرار دارد یا ندارد، کافیست طول و عرض نقطهٔ داده شده را در معادلهٔ خط داده شده به جای x و y قرار دهیم و با انجام محاسبات اگر دو عدد بدست آمده با هم برابر شدند، گوییم آن نقطه روی خط قرار دارد و اگر دو عدد بدست آمده برابر نشدند می گوییم قرار ندارد.

مثال: آیا نقطهٔ $A = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$ روی خط $y = -۲x + ۱$ قرار دارد؟ چرا؟

حل: مختصات نقطه A را در معادله به جای x و y قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$-۳ = -۲(۲) + ۱ \rightarrow -۳ = -۴ + ۱ \rightarrow -۳ = -۳ \quad ✓$$

مثال: آیا نقطهٔ $B = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$ روی خط $y = -\frac{۱}{۲}x + ۳$ قرار دارد؟ چرا؟

حل: مختصات نقطه B را در معادله به جای x و y قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$-۳ = -\frac{۱}{۲}(-۲) + ۳ \rightarrow -۳ = +۱ + ۳ \rightarrow -۳ \neq +۴ \quad ✗$$

۵- در بعضی سوالات طول یا عرض نقطه و معادله خط را می دهند و مختصات نقطه را می خواهند، برای حل اینگونه سوالات کافیست طول نقطهٔ داده شده را در معادلهٔ خط به جای x قرار داده و اگر عرض را داده باشند به جای y قرار دهیم و با حل معادلهٔ بدست آمده مقدار x و یا y را بدست آوریم.

مثال: مختصات نقطه ای از خط $y = -۳x + ۲$ را پیدا کنید که طول آن ۲- باشد.

حل: برای حل کافیست طول نقطهٔ داده شده یعنی ۲- را در معادلهٔ خط به جای x قرار دهیم و مقدار y یعنی عرض نقطه را بدست آوریم یعنی:

$$y = -۳(-۲) + ۲ \rightarrow y = +۶ + ۲ = +۸ \rightarrow y = +۸$$

پس مختصات نقطهٔ خواسته شده برابر با $\begin{bmatrix} -۲ \\ +۸ \end{bmatrix}$ است.

شیب و عرض از مبدأ خط

اگر معادله‌ی خط به صورت $y = ax + b$ باشد (که در آن a و b عدد هستند) در این صورت به عدد پشت x یعنی a شیب خط و به عدد تنها یعنی b عرض از مبدأ خط گفته می شود.

عرض از مبدأ خط جایی است که آن خط محور عرض‌ها یا همان yها را قطع می کند. مثلا خط $y = x - ۵$ محور عرض‌ها را در -۵ قطع می کند.

اگر عرض از مبدأ موجود نباشد یعنی صفر باشد آن خط از مبدأ مختصات می گذرد، یعنی مبدأگذر می باشد. مثلا خط $y = \frac{۳}{۲}x$ مبدأ گذر می باشد.

شیب یک خط برابر است با تفاضل عرض‌های دو نقطه‌ی دلخواه از آن خط، تقسیم بر تفاضل طول‌های آن دو نقطه. $\text{شیب} = \frac{\text{تفاضل عرض‌ها}}{\text{تفاضل طول‌ها}}$

مثال: معادلهٔ خطی را بنویسید، که شیب آن ۳- و از نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۵ \end{bmatrix}$ بگذرد.

حل: شیب خط (a) برابر ۳- و چون خط از نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۵ \end{bmatrix}$ می گذرد پس عرض از مبدأ (b) آن ۵ می باشد پس معادلهٔ آن برابر است با:

$$y = -۳x + ۵$$

رسم خطی که معادله‌ی آن معلوم است

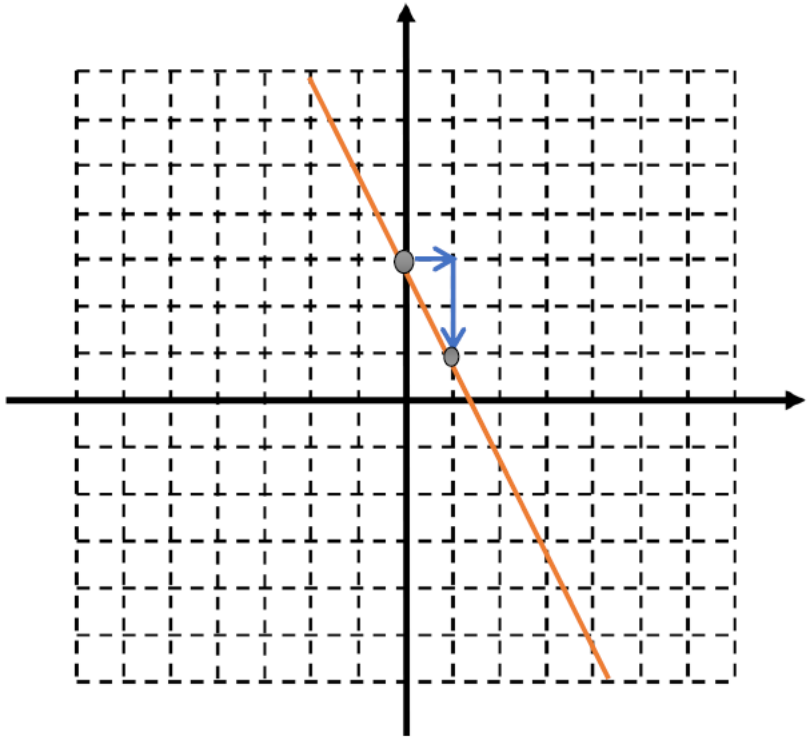
در صورتی که معادله‌ی خط داده شده باشد می توان آن را با پیدا کردن دو نقطه از خط رسم نمود. برای این کار یا از نقطه یابی استفاده می کنیم و یا به کمک عرض از مبدأ و شیب آن دو نقطه را می یابیم.

مثال۴: معادله‌ی خط $y = -۲x + ۳$ را رسم نمایید.

روش اول : با کشیدن جدول زیر و وارد کردن دو مقدار دلخواه برای متغیر x مثلا صفر و ۱ متغیر y مربوط به آن را پیدا می کنیم.

x	۰	۱
y	۳	۱
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$

روش دوم : چون عرض از مبدا خط برابر ۳+ است پس این خط محور عرض‌ها را در ۳+ قطع می کند یعنی از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$ می گذرد. همچنین چون شیب برابر با $\frac{\text{تفاضل عرض‌ها}}{\text{تفاضل طول‌ها}} = \frac{-۲}{۱} = -۲$ است پس اگر از نقطه‌ی عرض از مبدأ یک واحد مثبت در جهت xها حرکت کنیم باید دو واحد منفی در جهت yها حرکت کنیم پس داریم $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ یعنی به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$ می‌رسیم.



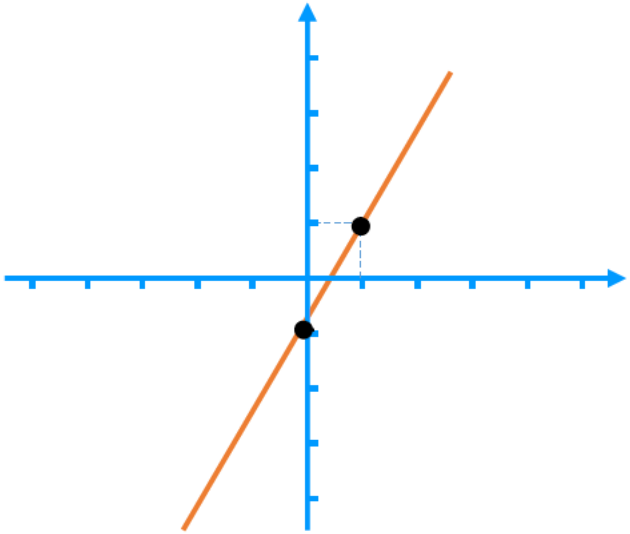
تذکر! **برای پیدا کردن نقطه ها بهتر است برای نقطه اول بجای متغیر x عدد صفر را گذاشته و با توجه به معادلهٔ داده شده مقدار y را بدست آوریم.**

و هم چنین برای نقطهٔ دوم بهتر است بجای x عدد یک را قرار دهیم و مقدار y را بدست آوریم، تا نقطهٔ دوم نیز بدست آید.

و در پایان دو نقطهٔ بدست آمده را در دستگاه مختصات پیدا کرده و خطی که از آن دو نقطه می گذرد را رسم کنیم.

مثال: خط $y = ۲x - ۱$ را رسم کنید.

x	۰	۱
y	$۲(۰) - ۱ = -۱$	$۲(۱) - ۱ = ۱$
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$



خاصیت خط های موازی

اگر دو خط موازی باشند شیب آن‌ها برابر است و بالعکس یعنی اگر دو معادله‌ی خط با شیب یکسان داشته باشیم آن دو خط موازی می‌شوند.

مثال۵: سه خط به معادله‌های $y = -۲x + ۵$ و $y = -۲x$ و $y = -۲x - ۳$ را در نظر بگیرید. هر سه خط داری شیب برابر ۲− می‌باشند و در صورتی که آنها را رسم نماییم مشاهده می‌کنیم که همگی موازی هم هستند.

نوشتن معادله‌ی خط

برای نوشتن معادله‌ی یک خط کافی است شیب و عرض از مبدأ آن را داشته باشیم و آن را در معادله‌ی $y = ax + b$ به ترتیب به جای a و b جای‌گذاری کنیم.

مثال۶: معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب آن برابر ۲ باشد و محور عرض‌ها را در ۴− قطع کند.

جواب : محور عرض‌ها را در ۴− قطع کند یعنی عرض از مبدأ برابر ۴− باشد. و لذا معادله‌ی خط به صورت $y = ۲x - ۴$ می‌باشد.

مثال۷: معادله‌ی خطی بنویسید که موازی $y = \frac{۳}{۲}x + ۵$ باشد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب : موازی $y = \frac{۳}{۲}x + ۵$ باشد $\Longleftarrow$ شیب $= \frac{۳}{۲}$ و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$ بگذرد $\Longleftarrow$ عرض از مبدأ برابر ۱− است. و لذا معادله‌ی خط به صورت $y = \frac{۳}{۲}x - ۱$ است.

مثال۸: معادله‌ی خطی بنویسید که موازی خط $y = ۴x - ۳$ باشد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب: موازی $y = ۴x - ۳$ باشد $\Longleftarrow$ شیب $= ۴$ و چون این نقطه $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix}$ طولش صفر نیست پس عرض آن یعنی ۵ عرض از مبدأ خط نمی باشد. برای یافتن عرض از مبدأ مختصات نقطه را در معادله‌ی خط که شیب آن نیز معلوم و برابر ۴ است وارد می کنیم و یک معادله بر حسب b خواهیم داشت که با حل آن معادله عرض از مبدأ به دست می‌آید.

$y = ۴x + b$

$۵ = ۴ \times ۲ + b \Rightarrow ۵ = ۸ + b \Rightarrow ۵ - ۸ = b \Rightarrow -۳ = b$ ولذا $\Rightarrow$ $y = ۴x - ۳$

به دست آوردن شیب خط به کمک دو نقطه از خط

اگر مختصات دو نقطه از خط معلوم باشد شیب آن خط به کمک تفاضل عرض‌ها تقسیم بر تفاضل طول‌ها به دست می‌آید. مثلا اگر $A=\begin{bmatrix}x_A\\y_A\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}x_B\\y_B\end{bmatrix}$ دو نقطه از خط باشند شیب خط گذرنده از دو نقطه A و B برابر است با:

$$\text{شیب خط گذرنده از دو نقطه } A \text{ و } B = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

مثال۹: معادله‌ی خطی بنویسید که از دو نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix}-۲\\۵\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۰\\-۳\end{bmatrix}$ می‌گذرد.

جواب: چون طول نقطه‌ی B برابر صفر است پس عرض آن یعنی -۳ همان عرض از مبدا خط است. همچنین شیب خط را نیز به کمک رابطه‌ی بالا پیدا می کنیم:

$$\text{شیب خط گذرنده از دو نقطه } A \text{ و } B = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{۵-(-۳)}{-۲-۰} = \frac{۸}{-۲} = -۴$$

و لذا معادله‌ی خط به صورت $y=-۴x-۳$ می باشد.

مثال۱۰: معادله‌ی خطی را بنویسید که محور xها را در -۴ قطع کند و از نقطه‌ی $C=\begin{bmatrix}۲\\-۶\end{bmatrix}$ بگذرد.

جواب: محور xها را در -۴ قطع کند یعنی از نقطه $D=\begin{bmatrix}-۴\\۰\end{bmatrix}$ بگذرد. و بنابر این

$$\text{شیب خط گذرنده از دو نقطه } C \text{ و } D = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \frac{-۶-۰}{۲-(-۴)} = \frac{-۶}{+۶} = -۱$$

همچنین چون هیچ کدام از این دو نقطه طولشان صفر نیست پس هیچکدام محل برخورد با محور عرض‌ها یعنی عرض از مبدأ نیستند و لذا برای به دست آوردن عرض از مبدأ مانند مثال ۵ مختصات یکی از دو نقطه‌ی C یا D را در معادله‌ی $y=x+b$ وارد می‌کنیم تا با حل کردن معادله‌ی آن b را به دست آوریم.

$$y=-x+b \xrightarrow{\text{مختصات نقطه } C=\begin{bmatrix}۲\\-۶\end{bmatrix} \text{ را جای‌گذاری می‌کنیم}} -۶=-۲+b \Longrightarrow -۶+۲=b \Rightarrow -۴=b$$

پس معادله‌ی خط به صورت $y=-x-۴$ خواهد بود.

نوشتن معادله ی یک خط :

حالت اول : یک نقطه مانند $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ از خط و شیب خط m معلوم باشد .

معادله ی خط : $y - y_A = m(x - x_A)$

حالت دوم : دو نقطه ی $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ از خط معلوم باشد :

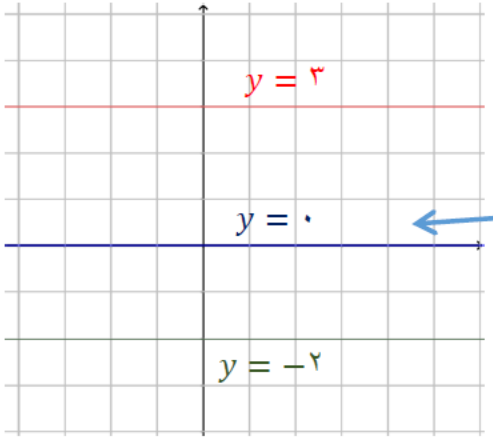
معادله ی خط : $\begin{cases} m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \\ y - y_A = m(x - x_A) \end{cases}$

خط های موازی با محورها

هرگاه معادله‌ی خط به صورت $y = b$ باشد (یعنی در معادله‌ی خط x وجود نداشته باشد) آن خط محور y ها را در b قطع می‌کند و موازی با محور xها می‌شود.

در این حالت شیب خط برابر صفر می‌باشد.

مثال۱۲: معادله‌ی خط‌های $y=۳$ و $y = -۲$ و $y = ۰$ را رسم کنید.

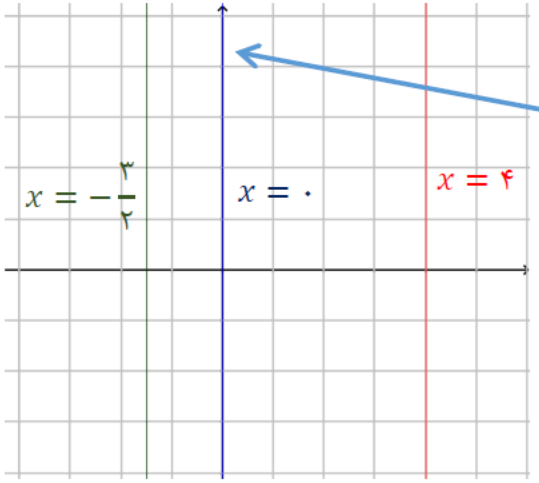


توجه: $y = ۰$ معادله‌ی خط محور xها می‌باشد.

هرگاه معادله‌ی خط به صورت $x = c$ باشد (یعنی در معادله‌ی خط y وجود نداشته باشد) آن خط محور x ها را در c قطع می‌کند و موازی با محور yها می‌شود.

در این حالت شیب خط تعریف نشده می‌باشد.

مثال۱۳: معادله‌ی خط‌های $x = ۴$ و $x = -\frac{۳}{۲}$ و $x = ۰$ را رسم کنید.



توجه: $x = ۰$ معادله‌ی خط محور yها می‌باشد.

نکته:

۱)معادله ی محور طول ها (Xها): $y=0$

۲) معادله‌ی محور عرض‌ها (yها): $X=0$

۳)معادله نیم ساز ناحیه اول و سوم: $y=X$

۴) معادله نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم و چهارم : $y=-x$

شرط عمودبودن دو خط: اگر شیب‌های دو خط، قرینه‌ی معکوس یکدیگر باشند یا حاصل‌ضرب شیب‌های دو خط مساوی ۱- باشد، آن‌گاه دو خط بر هم عمودند. برای مثال خطوط $y=-3x$ و $y=\frac{1}{3}x+2$ بر هم عمودند، زیرا: $-3 \xrightarrow{\text{قرینه‌ی معکوس}} \frac{1}{3}$

- صورت دیگر معادله‌ی خط: گاهی اوقات معادله‌ی خط را به صورت $ax+by=c$ نشان می‌دهند که در این معادله a، b و c اعداد حقیقی هستند. برای مثال معادله‌ی $y=3x+4$ را می‌توان به صورت $y-3x=4$ یا $-3x+y=4$ نوشت که در آن، $a=-3$، $b=1$ و $c=4$ است.

درس سوم

روش حل معادلات دو مجهولی

دستگاه معادلات خطی : برای حل دستگاه معادلات خطی از روش های زیر می توان استفاده کرد :

الف) روش حذفی : در این روش یکی از متغیرها را حذف کرده سپس با جایگزینی متغیر دوم به دست می آید.

دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی بالا را به روش حذفی حل می‌کنیم، یعنی ابتدا ضریب یکی از مجهول‌ها را قرینه می‌کنیم و سپس مقدار مجهول دیگر را حساب می‌کنیم.

$$\begin{matrix}-3\\5\end{matrix}\begin{cases}5x+7y=310\\3x+2y=120\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-15x-21y=-930\\+\\15x+10y=600\end{cases}$$

$$-11y=-330\Rightarrow y=\frac{-330}{-11}=30\Rightarrow y=30$$

اکنون در یکی از معادلات (به طور دلخواه) مقدار y را قرار می‌دهیم و مقدار x را می‌یابیم.

$$3x+2y=120\Rightarrow 3x+2\times 30=120\Rightarrow 3x+60=120\Rightarrow 3x=120-60=60\Rightarrow x=\frac{60}{3}=20\Rightarrow x=20$$

روش رسم برای حل دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی: اگر معادله‌های یک دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی را به عنوان معادله‌های دو خط در نظر بگیریم، مختصات نقطه‌ی برخورد این دو خط، همان جواب دستگاه معادلات است. فقط باید توجه داشت که نمودارهای دو خط، کاملاً دقیق رسم شوند، چون در غیر این صورت جواب درست نخواهد بود.

$$\begin{cases} x+y=3 \\ -2x+y=-3 \end{cases}$$

دستگاه مقابل را به روش رسم حل کنید.

هر یک از معادلات دستگاه را معادله‌ی یک خط راست در نظر گرفته و روی صفحه‌ی مختصات رسم می‌کنیم.

$-2x+y=-3$

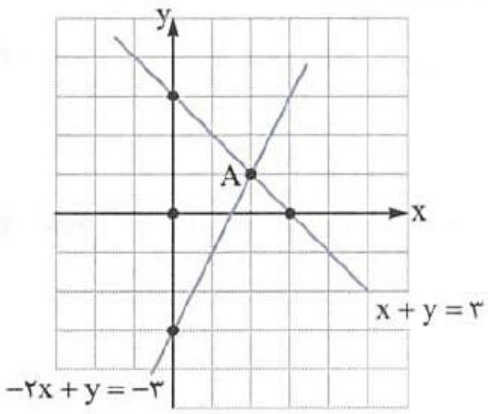
x	۰	۲
y	-3	۱

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$x+y=3$

x	۰	۳
y	۳	۰

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$



همان‌طور که در نمودار مشاهده می‌شود، نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$، محل برخورد دو خط و جواب دستگاه است، یعنی: $x=2, y=1$

اگر معادلات دو خط را داشته باشیم و بخواهیم نقطه‌ی برخورد دو خط را بیابیم، فقط کافی است که معادلات دو خط را در یک دستگاه قرار دهیم و دستگاه معادلات را حل کنیم، پاسخ دستگاه، مختصات نقطه‌ی برخورد دو خط است.

حل دستگاه به روش جایگزینی (روش جای‌گذاری یا روش تبدیلی): در این روش، با استفاده از یکی از معادله‌ها، یکی از متغیرها را برحسب متغیر دیگر حساب می‌کنیم. سپس با جایگزینی آن متغیر در معادله‌ی دیگر، به یک معادله‌ی یک‌مجهولی می‌رسیم و آن را حل می‌کنیم و سپس متغیر دوم را حساب می‌کنیم.

دستگاه معادلات مقابل را حل کنید.

$$\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+3y=15 \end{cases}$$

مرحله‌ی اول: از معادله‌ی بالایی مقدار x را برحسب y حساب می‌کنیم. $x-y=5 \Rightarrow x=5+y$

مرحله‌ی دوم: در معادله‌ی پایینی به جای x، مقدار مساویش یعنی «$5+y$» را قرار می‌دهیم تا معادله‌ی پایینی، یک‌مجهولی شود و سپس آن را حل می‌کنیم.

$$2x+3y=15 \Rightarrow 2(5+y)+3y=15 \Rightarrow 10+2y+3y=15 \Rightarrow 5y=15-10=5 \Rightarrow y=\frac{5}{5}=1 \Rightarrow y=1$$

مرحله‌ی سوم: در یکی از معادلات (به دلخواه) مقدار y (یعنی عدد ۱) را قرار می‌دهیم و سپس مقدار x را حساب می‌کنیم.

$$x-y=5 \Rightarrow x-1=5 \Rightarrow x=6$$

معادله‌ی توانی: اگر در یک معادله، مجهول در توان عدد باشد، آن را معادله‌ی توانی می‌گوییم. برای حل معادله‌ی توانی، باید سعی کنیم که پایه‌های دو عدد مساوی شوند و سپس پایه‌ها را حذف کنیم و توان‌ها را مساوی هم قرار دهیم و معادله را حل کنیم.

معادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$۲^{x+۳}=۲^{۱۱}$$

$$۲^{x+۳}=۲^{۱۱} \Rightarrow x+۳=۱۱ \Rightarrow x=۱۱-۳ \Rightarrow x=۸$$

اگر در معادلات توانی، پایه‌ها دو عدد اول متفاوت و غیرقابل تجزیه باشند، توان‌های دو عدد باید مساوی صفر باشند.

معادله‌ی توانی مقابل را حل کنید.

$$۲^{۳x+۱}=۵^{۵x+y}$$

چون پایه‌ها عددهای اول متفاوت هستند، بنابراین باید توان‌ها مساوی صفر باشند.

$$۳x+۱=۰ \Rightarrow ۳x=-۱ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۳}$$

$$۵x+y=۰ \Rightarrow ۵\times(-\frac{۱}{۳})+y=۰ \Rightarrow y=\frac{۵}{۳}$$

دستگاه زیر را به روش حذفی حل کنید.

$$\begin{cases} ۲x - y = ۷ \\ x + ۳y = -۱۴ \end{cases}$$

دستگاه زیر را به روش جایگزینی حل کنید.

$$\begin{cases} x + y = ۱ \\ -۲x + ۲y = ۲ \end{cases}$$