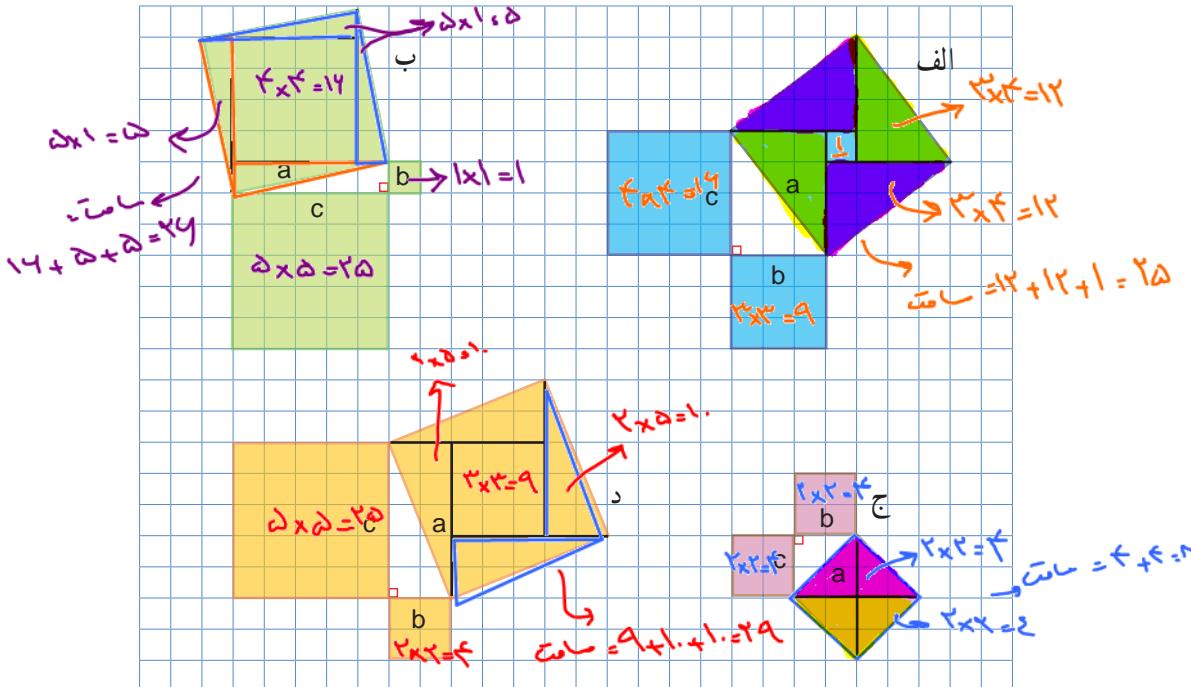


## رابطه فیثاغورس

### فعالیت ۵



۱- روی هر ضلع مثلث‌های قائم‌الزاویه زیر یک مربع رسم کرده‌ایم. با شمارش مربع‌های شطرنجی، مساحت هر کدام از مربع‌های ساخته شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.



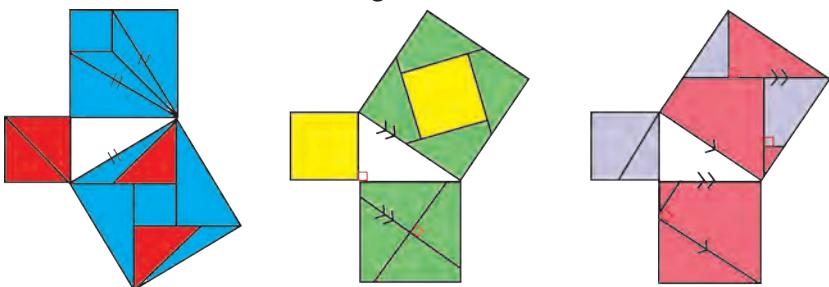
مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $c^2 : c$	مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $b^2 : b$	مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $a^2$ (وتر)	
۱۶	۹	۲۵	الف $16 + 9 = 25$
۲۵	۱	۲۶	ب $25 + 1 = 26$
۸	۴	۱۲	ج $8 + 4 = 12$
۲۹	۷	۲۹	د $25 + 4 = 29$

چه ارتباطی بین عددهای هر سطر می‌بینید؟

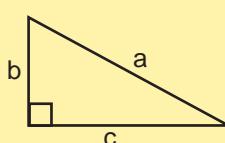
مجموع مساحت هر مربع که مساحت ترکیبی مربعات طرفهای متناظر باشد برابر است با مساحت مربع ساخته شده بر روی صفحه تو.

$$c^2 + b^2 = a^2$$

۲- به هر یک از شکل‌های زیر با دقت نگاه کنید. در هر شکل، روشی برای نمایش دادن رابطه میان مساحت مربع‌های تشکیل شده روی ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه آمده است. شما هم روی کاغذ، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کنید و روی هر ضلع آن مربعی تشکیل دهید؛ سپس با استفاده از یکی از این روش‌ها مربع‌های ساخته شده روی دو ضلع کوچک آن را طوری به قطعه‌های کاغذی تقسیم کنید که بتوان با این قطعه‌ها مربع روی وتر را کاملاً پوشاند.



رابطه میان مجذور (مربع) اندازه ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه به رابطه فیثاغورس معروف است.



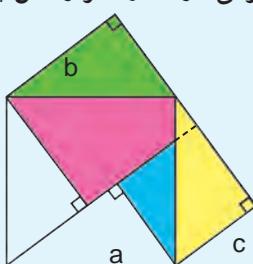
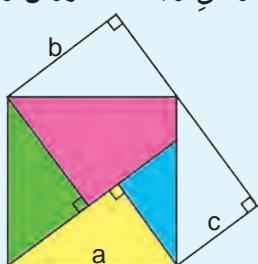
این رابطه بیان می‌کند که در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

عکس این رابطه هم درست است یعنی، اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن برابر شد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

### خواندنی

ابوالعباس نیریزی، ریاضی‌دان ایرانی در حدود هزار سال پیش، درستی رابطه فیثاغورس را به صورت زیر نشان داد.



در شکل، چهار مثلث قائم‌الزاویه هم نهشت<sup>۱</sup> دیده می‌شود.

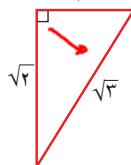
در سمت راست، مساحت دو مربعی را که روی ضلع‌های زاویه قائمه مثلث ساخته شده‌اند و در سمت چپ، مربعی را که روی وتر ساخته شده است، رنگ کرده‌ایم. چرا مساحت ناحیه رنگی در این دو شکل برابر است؟

<sup>۱</sup>- تعریف هم نهشتی در صفحه ۸۸ داده شده است.

$$\begin{aligned} 13^2 &= 12^2 + 5^2 \\ 169 &= 144 + 25 \\ 169 &= 169 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (\sqrt{3})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 1^2 \\ 3 &= 2 + 1 \\ 3 &= 3 \end{aligned}$$

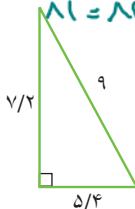


$$\begin{aligned} 9^2 &= (5\sqrt{2})^2 + (7\sqrt{2})^2 \\ 81 &= 25 \cdot 2 + 49 \cdot 2 \\ 81 &= 81 \end{aligned}$$

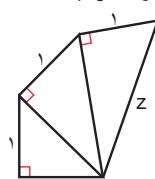
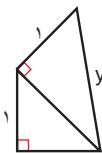
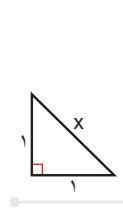
## کارد در کلاس



۱- درستی رابطه فیثاغورس را در هر یک از مثلث‌های قائم‌الزاویه رو به رو بررسی کنید.



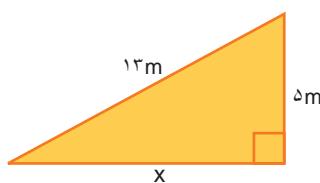
۲- به ترتیب طول x, y و z را به دست آورید.



## فعّالیت ۵



۱- در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو ضلع داده شده است. اندازه ضلع مجهول را مانند نمونه پیدا کنید.



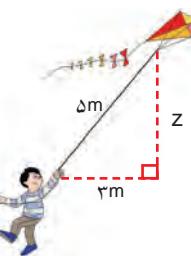
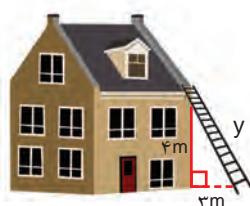
$$13^2 = x^2 + 5^2$$

$$169 = x^2 + 25$$

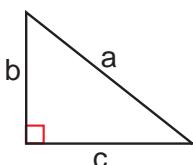
$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12$$



۲- تساوی‌های جبری زیر را کامل کنید.

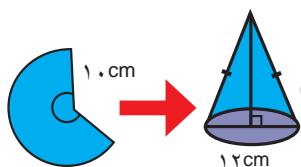


$$a^2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b^2 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c^2 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

## کار در کلاس



۱- علی با قسمتی از دایره‌ای به شعاع  $10\text{ cm}$  سانتی‌متر، مخروطی به قطر قاعدة  $12\text{ cm}$  سانتی‌متر ساخته است. ارتفاع این مخروط چقدر است؟



۲- معلم ریاضی از داشن آموزان خواست پاره خطی به طول  $\sqrt{10}\text{ cm}$  سانتی‌متر رسم کند. در اینجا پاسخ سه داشن آموز آمده است. راه حل هر کدام را توضیح دهید و درباره ویژگی‌های آنها گفت و گو کنید. کدام داشن آموز از روش هندسی و کدام یک از روش حسابی استفاده کرده است؟

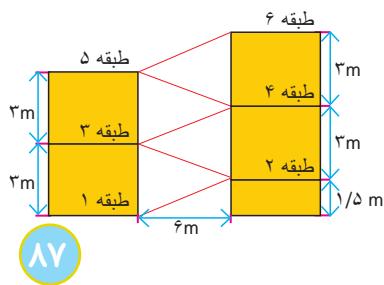
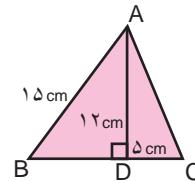
مهسا :	سیما :	زهرا :
به کمک ماشین حساب $\sqrt{10}$ را حساب می‌کنم. $\sqrt{10} = 3.16$	مشابه قائم الزاویه با ضلع‌های ۱ و $3\text{ cm}$ سانتی‌متر رسم می‌کنم. $1^2 + 3^2 = 10$ حالا به کمک خط کشی یک پاره خط به طول تقریباً $3.1\text{ cm}$ سانتی‌متر رسم می‌کنم.	به همین ترتیب، ساختن مثلث‌های قائم الزاویه را ادامه می‌دهم تا $10^\circ$ ساخته شود.

## تمرین

۱- کدام مثلث قائم الزاویه است؟



۲- محیط مثلث ABC را حساب کنید.



۳۷

۳- شکل رو به رو نمایی از یک توقفگاه طبقاتی را نشان می‌دهد. طول مسیری که هر طبقه را به طبقه بعدی می‌رساند، چقدر است؟

## فصل ٦

(رسن اول)

مثال مَائِمُ اِنْزَارِيَّه: مَلْكُ اسْكَه رَوْنَ سِرِ زَادِيَّه مَائِمُه (٩٠) وَجَدَه رَادَه.

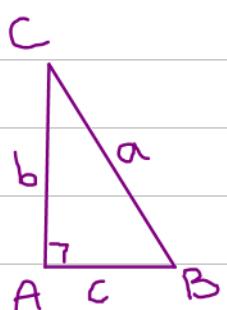
بِرَبِّتِينَ صَلَعُ مَلْكُ مَائِمُ اِنْزَارِيَّه (صَلَعُ رَسِيرِ بِرِبِّه زَادِيَّه ٩٠) وَتَرَنَامُ رَادَه وَصَلَعُ رَسِيرِه.



صَلَعُه زَادِيَّه مَائِمُه حَرَمٌ.

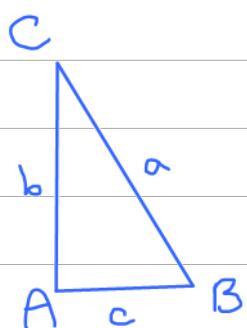
رَابِّه مَيَا غُرَّه: در هر مَلْكُ مَائِمُ اِنْزَارِيَّه، مَجْدُور (مَرْبِع، تَوَان٢) دَرَرَه

صَلَعُ مَجْدُورِه (مَرْبِع٤، تَوَان٢ حَلَّه) وَصَلَعُ رَسِيرِه بِرَبِّه مَثَلَه.



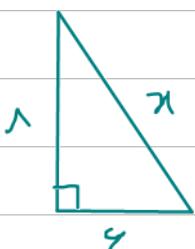
$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

عَلَى رَابِّه مَيَا غُرَّه: هَرَدِ مَلْكُ، مَجْدُور (مَرْبِع٤) سِرِ صَلَعُ بِمَعْبُوْحِه (مَرْبِع٤).



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

وَصَلَعُ رَسِيرِه بَارِشَه، آنَه مَلْكُ مَائِمُ اِنْزَارِيَّه اسَه.



$$x^2 = 8^2 + 4^2$$

$$x^2 = 4^2 + 3^2$$

$$x^2 = 100 \Rightarrow x = \sqrt{100} = 10$$

مَال: مَادِيرِ مَعْبُولِ رَابِّه دَرَستَ اَمْرِيَّه.

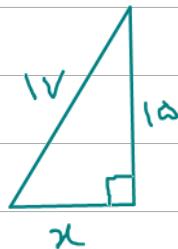


$$z^2 = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2$$

$$z^2 = x + y$$

$$z^2 = 100$$

$$z = \sqrt{100}$$



$$z^2 = 10^2 + x^2$$

$$x^2 = z^2 - 10^2$$

$$x^2 = 289 - 100$$

$$x^2 = 189$$

$$x = \sqrt{189} = 13.7$$



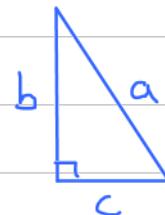
$$z^2 = x^2 + (\sqrt{10})^2$$

$$x^2 = z^2 - (\sqrt{10})^2$$

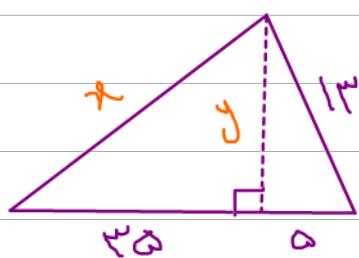
$$x^2 = 100 - 10$$

$$x^2 = 90$$

$$x = \sqrt{90}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 \\ b^2 = a^2 - c^2 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{array} \right.$$



مثال: حسیط تحلیلی زیر را بساز.



