

فصل سوم

(چند ضلعی ها)

چند ضلعی : به هر خط شکسته بسته ای به شرطی که اضلاع آن همدیگر را قطع نکند چند ضلعی می گویند.



مانند :

چند ضلعی منتظم : چند ضلعی که تمام اضلاع و تمام زاویه های آن با هم مساوی باشند.



مانند :

سه ضلعی منتظم

شش ضلعی منتظم

چهار ضلعی منتظم

چند ضلعی محدب : چند ضلعی که تمام زاویه های آن از 180° درجه کمتر باشد.



مانند :

چند ضلعی مقعر : چند ضلعی که حداقل یکی از زاویه های آن از 180° درجه بیشتر باشد.



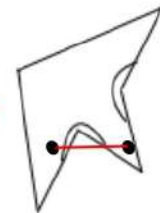
مانند :

نکته : اگر در یک چند ضلعی دو نقطه دلخواه انتخاب کنیم و آن دو نقطه را با یک خط راست به هم وصل کنیم اگر قسمتی از خط بیرون از چند ضلعی قرار گرفت آن چند ضلعی مقعر است. اگر تمام خط داخل چند ضلعی قرار گرفت چند ضلعی محدب است.

چند ضلعی محدب



چند ضلعی مقعر



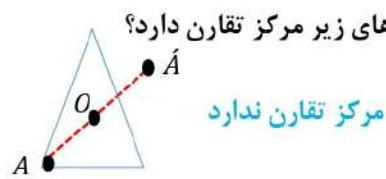
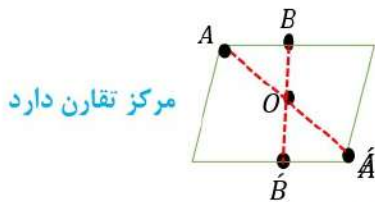
مانند :

مرکز تقارن : اگر دوران 180° درجه شکلی حول یک نقطه از شکل روی خود شکل قرار گیرد آن شکل مرکز تقارن دارد.

نکته : برای این که بدانیم شکلی مرکز تقارن دارد یا نه . نقطه ای در وسط شکل به عنوان مرکز تقارن در نظر گرفته سپس از شکل نقاطی به دلخواه انتخاب کرده به مرکز تقارن وصل و به همان اندازه ادامه می دهیم اگر نقطه حاصل روی شکل قرار گرفت آن شکل مرکز تقارن دارد. در غیر این صورت آن شکل مرکز تقارن ندارد.

فصل سوم

(چند ضلعی ها)



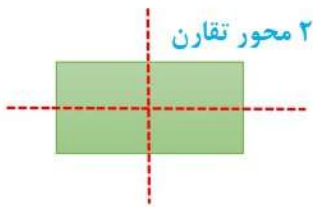
مثال: کدام یک از چند ضلعی های زیر مرکز تقارن دارد؟

نکته: در چند ضلعی منتظم اگر تعداد اضلاع زوج باشد مرکز تقارن دارد و اگر فرد باشد مرکز تقارن ندارد.

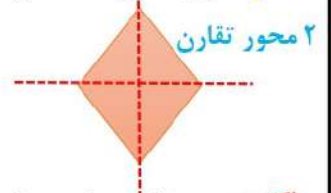
به طور مثال: ۸ ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد ولی ۷ ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.

محور تقارن (خط تقارن): خطی است که اگر کاغذ را تا کنیم همه نقاط شکل روی هم قرار می گیرند.

نکته: خط تقارن خطی است که چند ضلعی را به دو قسمت مساوی تقسیم کند.



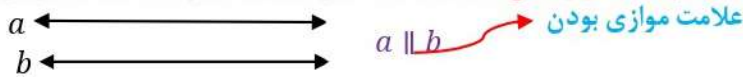
مثال: هر یک از چند ضلعی های زیر چند محور تقارن دارد؟



نکته: چند ضلعی های منتظم به تعداد اضلاع محور تقارن دارند.

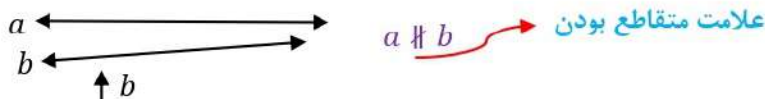
به طور مثال: ۶ ضلعی منتظم ۶ محور تقارن و مثلث متساوی الاضلاع (۳ ضلعی منتظم) ۳ محور تقارن دارد.

دو خط موازی: دو خطی که هر چه آن ها را امتداد دهیم همدیگر را قطع نکنند و فاصله بین دو خط تغییر نکند دو خط موازی می گویند.



مانند:

دو خط متقاطع: دو خطی که موازی نباشند یعنی دو خطی که همدیگر را در نقطه ای قطع کنند دو خط متقاطع می گویند.



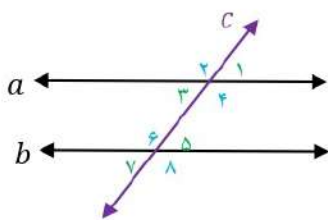
مانند:

دو خط عمود بر هم: دو خط متقاطعی که زاویه بین دو خط ۹۰ درجه باشد.



مانند:

نکته: اگر دو خط موازی را خطی قطع کند (مورب باشد) ۸ زاویه حاصل می شود. ۴ زاویه تند مساوی و ۴ زاویه باز مساوی.

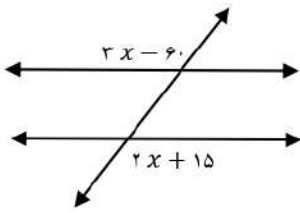


$$(a \parallel b \text{ و } c \text{ مورب}) \Rightarrow \begin{cases} \hat{1} = \hat{4} = \hat{5} = \hat{8} & \text{زاویه تند} \\ \hat{2} = \hat{3} = \hat{6} = \hat{7} & \text{زاویه باز} \end{cases}$$

دو زاویه تند و باز مکمل اند: $\hat{1} + \hat{2} = 180$ درجه

فصل سوم

(چند ضلعی ها)

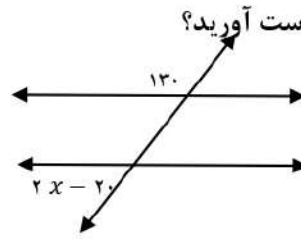


زاویه های باز با هم برابرند :

$$3x - 60 = 2x + 15$$

$$3x - 2x = 15 + 60$$

$$x = 75$$



مثال : در هر شکل مقدار x را به دست آورید؟

زاویه تند با باز مکمل است :

$$2x - 20 + 130 = 180$$

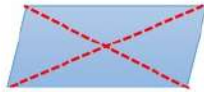
$$2x + 110 = 180$$

$$2x = 70$$

$$x = 35$$

انواع چهار ضلعی ها : (۱) متوازی الاضلاع (۲) مستطیل (۳) مربع (۴) لوزی (۵) دوزنقه

متوازی الاضلاع : چهار ضلعی است که اضلاع روبه رو موازی و مساویند.

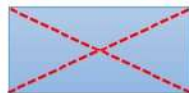


(۲) زاویه های روبه رو مساویند

خواص متوازی الاضلاع : (۱) اضلاع روبه رو موازی و مساویند

(۳) زاویه های مجاور (کنارهم) مکمل اند

(۳) قطرهای متوازی الاضلاع همدیگر را نصف می کنند



مستطیل : متوازی الاضلاعی است که زاویه قائمه داشته باشد.

(۲) دو قطر مستطیل برابرند

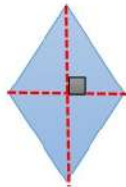
خواص مستطیل : (۱) تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد



مربع : متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابر و زاویه قائمه داشته باشد.

(۲) دو قطر مربع برابرند

خواص مربع : (۱) تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد



(۳) قطرهای مربع عمود منصف یکدیگرند

لوزی : متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابر است.

(۲) قطرهای لوزی عمود منصف یکدیگرند

خواص لوزی : (۱) تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد

دوزنقه : چهار ضلعی است که فقط دو ضلع موازی دارد.

انواع دوزنقه : (۱) دوزنقه متساوی الساقین (۲) دوزنقه قائم الزاویه



(۲) دو زاویه مجاور قاعده برابرند

خواص دوزنقه متساوی الساقین : (۱) دو ساق آن برابرند

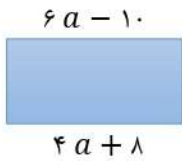
(۳) دو زاویه مجاور ساق مکمل اند

خواص دوزنقه قائم الزاویه : (۱) دارای زاویه قائمه است



فصل سوم

(چند ضلعی ها)

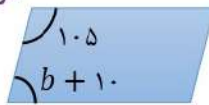


در مستطیل اضلاع روبه رو برابرند:

$$6a - 10 = 4a + 8$$

$$6a - 4a = 10 + 8$$

$$2a = 18 \Rightarrow a = 9$$



مثال: در هر شکل مقادیر مجهول را به دست آورید؟
در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند:

$$b + 10 + 105 = 180 \Rightarrow b + 115 = 180 \Rightarrow b = 65$$

نکته: مجموع زاویه های داخلی مثلث 180 درجه است.

نکته: مجموع زاویه های داخلی چند ضلعی از رابطه ی $(n-2) \times 180$ حاصل می شود.

نکته: اندازه ی یک زاویه ی چند ضلعی منتظم از رابطه ی $\frac{(n-2) \times 180}{n}$ حاصل می شود.

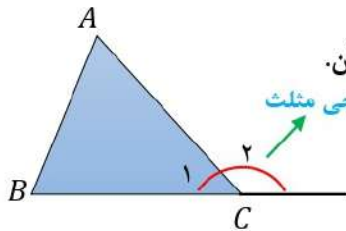
$$(10 - 2) \times 180 = 8 \times 180 = 1440$$

مثال: الف) مجموع زاویه های داخلی 10 ضلعی منتظم را به دست آورید؟

$$\frac{(15 - 2) \times 180}{15} = 13 \times 12 = 156$$

ب) اندازه ی یک زاویه ی داخلی 15 ضلعی منتظم را به دست آورید؟

زاویه خارجی: اگر یکی از اضلاع چند ضلعی محدب را در همان راستا امتداد دهیم در بیرون از چند ضلعی زاویه ای تشکیل می شود که به آن زاویه خارجی چند ضلعی می گویند.



نکته: در هر مثلث اندازه ی زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن.

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180 \text{ درجه} \\ \hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} \end{cases}$$

به طور مثال:

نکته: مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی 360 درجه است.

نکته: اندازه ی یک زاویه خارجی چند ضلعی منتظم از رابطه ی $\frac{360}{n}$ حاصل می شود.

مثال: اندازه ی یک زاویه داخلی و خارجی 12 ضلعی منتظم را به دست آورید؟ (اندازه زاویه داخلی و خارجی مکمل اند)

$$\frac{360}{12} = 30 \text{ اندازه زاویه خارجی}$$

$$180 - 30 = 150 \text{ اندازه زاویه داخلی}$$

نکته: چند ضلعی منتظمی برای کاشی کاری مناسب است که عدد 360 بر اندازه ی یک زاویه داخلی آن چند ضلعی بخش پذیر باشد. یک زاویه ی داخلی

۶ ضلعی منتظم

مثال: کدام یک از چند ضلعی های زیر برای کاشی کاری مناسب است؟

$$360 \div 120 = 3$$

ب) ۶ ضلعی منتظم مناسب است

$$360 \div 135 \approx 2/6$$

الف) ۸ ضلعی منتظم مناسب نیست

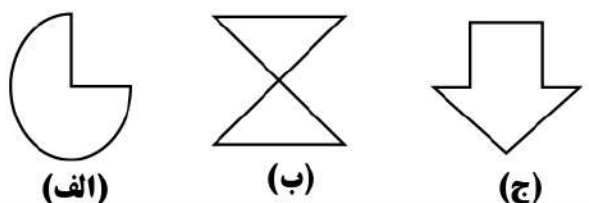
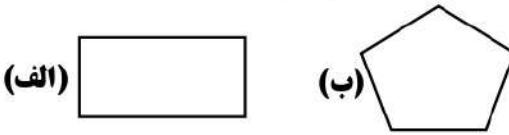

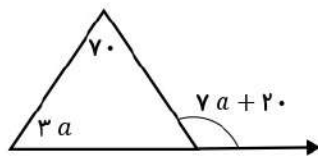
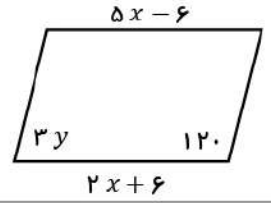
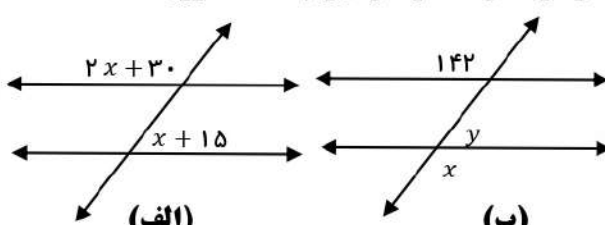
یک زاویه ی داخلی ۸ ضلعی منتظم

نکته: برای به دست آوردن تعداد قطرهای چند ضلعی از رابطه ی $\frac{n(n-3)}{2}$ استفاده می کنیم.

$$\frac{7(7-3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14$$

مثال: ۷ ضلعی دارای چند قطر است؟

فصل سوم
(چند ضلعی ها)

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات	ردیف
۱	کدام یک از شکل های زیر چند ضلعی است. با ذکر دلیل 	۷	الف) مجموع زاویه های داخلی یک چند ضلعی ۲۱۶۰ درجه است. تعداد ضلع های چند ضلعی را مشخص کنید. ب) اندازه ی یک زاویه داخلی چند ضلعی منتظم ۱۶۲ درجه است. تعداد ضلع های این چند ضلعی را مشخص کنید.	۱
۲	کدام یک از شکل های مرکز تقارن دارد. با رسم قرینه یک نقطه دلخواه مشخص کنید. 	۸	الف) اندازه ی یک زاویه ی داخلی متوازی الاضلاع ۳۵ درجه است. اندازه زاویه ی مجاور آن چند درجه است. ب) اگر زاویه ی رأس یک مثلث متساوی الساقین ۴۰ درجه باشد، اندازه ی زاویه ی مجاور و زاویه های قاعده را مشخص کنید.	۲
۳	هر شکل چند محور تقارن دارد. آن ها را رسم کنید. 	۹	طرف دوم را با رسم شکل مناسب کامل کنید. الف) $\begin{cases} a \perp b \\ c \perp b \end{cases} \Rightarrow \dots$ ب) $\begin{cases} a \parallel b \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow \dots$	۳
۴	الف) چهار ضلعی نام ببرید که مرکز تقارن داشته باشد ولی محور تقارن نداشته باشد. ب) ۸ ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد. ج) متوازی الاضلاعی که دارای زاویه قائمه باشد، چه نام دارد.	۱۰	در شکل زیر مقدار a را به دست آورید. 	۴
۵	الف) اختلاف یک زاویه ی داخلی و خارجی ۱۰ ضلعی منتظم را به دست آورید. ب) آیا از ۷ ضلعی منتظم می توان در کاشی کاری استفاده کرد؟ چرا؟	۱۱	در شکل زیر مقدار x و y را به دست آورید. 	۵
۶	در هر شکل مقدار x و y را به دست آورید. 	۱۲	الف) اگر وسط اضلاع لوزی را به ترتیب به هم وصل کنیم، چه شکلی حاصل می شود. ب) کدام چهار ضلعی ها دو قطر عمود منصف دارند. ج) کدام چهار ضلعی ها دارای دو قطر مساوی هستند.	۶