

روابط بین پاره خطها

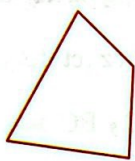
اگر به اطراف خودمان خوب نگاه کنیم، شکل‌های هندسی زیاد خواهیم دید. ما در دنیایی از شکل‌های هندسی زندگی می‌کنیم. وقتی انسان با اعداد آشنا شد و برای شمردن از اعداد استفاده کرد، توانست اشیاء محیط پیرامون خود را اندازه‌گیری کند و اندازه‌های آن‌ها را با یک عدد بیان کند. به این ترتیب با اندازه‌گیری پاره‌خط آشنا شد و توانست با اندازه‌گیری پاره‌خط، محیط و مساحت و حجم را اندازه‌گیری کند.

مفاهیم اولیه علم هندسه

نقطه: از مفاهیم تعریف نشده در علم هندسه است. در اصطلاح، کوچک‌ترین اثر قلم بر روی کاغذ را نقطه گویند. هر نقطه را با یک حرف بزرگ انگلیسی نشان می‌دهیم.



خط: دسته‌ای از نقاط که در کنار هم قرار گرفته باشند، خط تشکیل می‌دهند. خط ممکن است راست، شکسته و خمیده باشد. هر خط راست را با حروف کوچک انگلیسی نشان می‌دهیم.



«خط شکسته بسته»



«خط خمیده بسته»



«خط راست»



«خط شکسته باز»



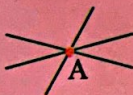
«خط خمیده باز»

نکته

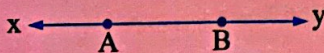
(۱) خط ابتدا و انتها ندارد.



(۲) از یک نقطه بی‌شمار خط می‌گذرد.



(۳) از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.



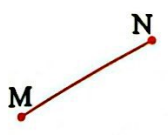
(۴) از دو نقطه بی‌شمار خط شکسته و خط منحنی می‌گذرد.



(۵) قرارداد می‌کنیم منظور از خط، همیشه خط راست است.



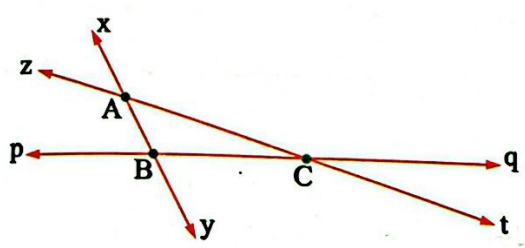
نیم‌خط: خطی که از یک سو بی‌پایان است و از سوی دیگر به یک نقطه ختم شود، نیم‌خط نام دارد. هر نیم‌خط را با یک حرف بزرگ و یک حرف کوچک انگلیسی نشان می‌دهیم.



پاره خط: بخشی از یک خط راست که از دو طرف به دو نقطه محدود باشد را پاره خط گویند. هر پاره خط را با دو حرف بزرگ نشان می‌دهیم.

تفاوت خط، نیم خط و پاره خط در این است که خط از دو طرف امتداد دارد و محدودیتی ندارد؛ نیم خط از یک طرف امتداد دارد و از طرف دیگر محدودیت دارد؛ پاره خط از دو طرف محدودیت دارد.

**مثال** خط، نیم خط و پاره خط را در شکل زیر به دست آورید.



**پاسخ**

با توجه به تعریف خط، نیم خط و پاره خط و نقاط برخورد آنها با یکدیگر نام خطها، نیم خطها و پاره خطها عبارتند از:

۳ خط:  $pq, zt, xy$

۱۲ نیم خط:  $Ax, Ay, Az, At, Bx, By, Bp, Bq, cp, cq, cz, ct$

۳ پاره خط:  $AB$  و  $AC$  و  $BC$

**نکته** (۱) اگر  $n$  نقطه روی خطی قرار داشته باشد و دو سر آن محدود نشود تعداد  $2n$  نیم خط روی آن ایجاد می‌شود و در غیر این صورت  $n$  نیم خط به وجود می‌آید.

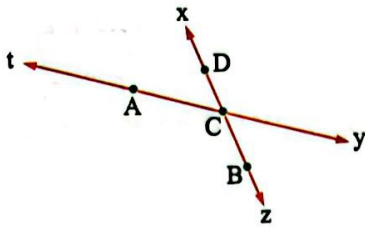
(۲) اگر بر روی خطی  $n$  نقطه قرار دهیم، تعداد پاره خطهای حاصل  $\frac{n(n-1)}{2}$  است.

تعداد نیم خطها =  $2(4) = 8$

تعداد نیم خطها = ۴

تعداد پاره خطها =  $\frac{5(4)}{2} = 10$

با توجه به شکل، تعداد نیم خطها و پاره خطها را به دست آورید.



روی هر خط تعداد نیم خطها و پاره خطها را محاسبه و حاصلها را با هم جمع می کنیم.

$$\text{خط } xz \Leftarrow \text{نیم خطها } = 3 \times 2 = 6 \text{ و پاره خطها } = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

$$\text{خط } ty \Leftarrow \text{نیم خطها } = 2 \times 2 = 4 \text{ و پاره خطها } = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

$$\text{تعداد کل نیم خطها: } 6 + 4 = 10, \text{ تعداد کل پاره خطها } = 3 + 1 = 4$$

مقایسه پاره خطها: در مقایسه دو یا چند پاره خط، باید اندازه های آنها را به دست آورد. برای این کار می توان از خط کش یا پرگار استفاده کرد.

اندازه گیری طول پاره خط: برای نشان دادن طول پاره خط  $AB$  از علامت  $\overline{AB}$  استفاده می کنیم. به طور مثال اگر طول پاره خط  $AB$

$$\overline{AB} = 2 \text{ سانتی متر باشد می نویسیم: } \overline{AB} = 2 \text{ cm}$$



در شکل مقابل  $\frac{\overline{AM}}{\overline{MN}} = \frac{2}{3}$  است. طول پاره خطها را با هم مقایسه کنید.



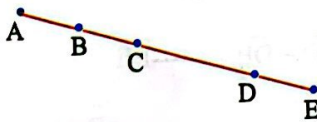
ابتدا پاره خطها را با هم مقایسه کرده و سپس نتیجه نهایی را بیان می کنیم.

$$\overline{AM} < \overline{AN}, \overline{AM} < \overline{MN}, \overline{MN} < \overline{AN} \Rightarrow \overline{AM} < \overline{MN} < \overline{AN}$$

جمع و تفریق پاره خطها، برای جمع دو پاره خط، کافی است آنها را در امتداد هم قرار دهیم و برای تفریق پاره خطها، آنها را روی هم قرار دهیم تا حاصل مشخص شود.



با توجه به شکل حاصل تساویها را به دست آورید.



$$\text{۱} \quad \overline{AB} + \overline{BC} = \dots\dots$$

$$\text{۲} \quad \overline{CE} - \overline{DE} = \dots\dots$$



$\overline{AB}$  و  $\overline{BC}$  در امتداد هم هستند، پس مجموعشان  $\overline{AC}$  است:

$$\text{۱} \quad \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\text{۲} \quad \overline{CE} - \overline{DE} = \overline{CD}$$

در قسمت «۲» نیز خواهیم داشت:

**مثال** نقاط A, B, C و D را روی یک خط طوری قرار دهید که رابطه  $\overline{BD} - \overline{CD} = \overline{AB} + \overline{AC}$  برقرار باشد.

**پاسخ**

کافی است نقاط را طوری روی خط قرار دهیم که حاصل در طرفین تساوی برابر شوند.



**مثال**

با توجه به شکل در مربع عبارت مناسب قرار دهید.



۱ //  $\overline{AB} + \overline{BD} = \square$

۲ //  $\overline{AC} + \square = \overline{AE}$

۳ //  $\overline{AE} - \overline{AB} = \square$

۴ //  $\square - \overline{CD} = \overline{DE}$

**پاسخ**

با توجه به نوع قرارگیری نقطه‌ها بر روی خط خواهیم داشت:

۱ //  $\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AD}$

۲ //  $\overline{AC} + \overline{CE} = \overline{AE}$

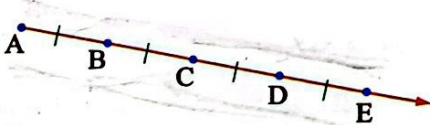
۳ //  $\overline{AE} - \overline{AB} = \overline{EB}$

۴ //  $\overline{CE} - \overline{CD} = \overline{DE}$

نسبت بین پاره‌خطها، اگر چند نقطه روی یک خط طوری قرار گیرند که پاره‌خطهای متناسب به وجود آیند، می‌توان پاره‌خطها را به صورت نسبتی از پاره‌خطی دیگر به دست آورد.

**مثال**

با توجه به شکل در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.



۱ //  $\overline{AC} = \dots \overline{AB}$

۲ //  $\overline{AE} = \dots \overline{AC}$

۳ //  $\overline{AD} = \dots \overline{AE}$

۴ //  $\dots \overline{CE} = \overline{AD}$

۵ //  $\dots \overline{BD} = \overline{CE}$

۶ //  $\overline{AD} - \overline{DB} = \dots \overline{BE}$

**پاسخ**

با توجه به شکل و برابری فاصله‌ها داریم:

۱ //  $\overline{AC} = 2\overline{AB}$

۲ //  $\overline{AE} = 2\overline{AC}$

۳ //  $\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AE}$

۴ //  $\frac{2}{3}\overline{CE} = \overline{AD}$

۵ //  $\frac{2}{3}\overline{BD} = \overline{CE}$

۶ //  $\overline{AD} - \overline{DB} = \frac{1}{3}\overline{BE}$



# پرسش‌های طبقه‌بندی



عبارات درست را با  و نادرست را با  مشخص کنید.

الف  از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.

ب  اگر پاره‌خطی را از یک طرف امتداد دهیم، خط به دست می‌آید.

پ  مجموع  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$  همواره درست است.

ت  اگر  $\overline{CA} = \overline{AT}$ ، همواره نقطه A وسط CT است.

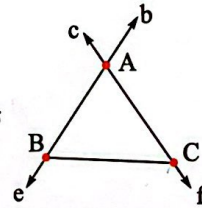
جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف  روی یک خط بی‌نهایت ..... وجود دارد.

ب  خطی که از دو طرف بسته باشد، ..... نام دارد.

پ  از یک نقطه ..... خط راست می‌گذرد.

موارد مرتبط را به هم وصل کنید.



در شکل

۲

تعداد پاره‌خط برابر است با:

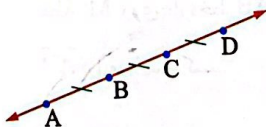
۳

در شکل بالا تعداد خط‌ها برابر است با:

۸

در شکل بالا تعداد نیم‌خط‌ها برابر است با:

باتوجه به شکل رابطه‌های زیر را کامل کنید.

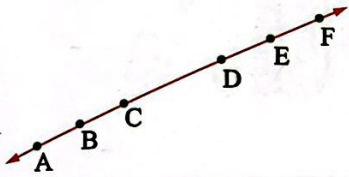


الف  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

ب  $\overline{CB} + \dots = \overline{DB}$

پ  $\overline{BC} + \overline{AB} + \overline{CD} = \dots$

ت  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} = \dots$



۵ باتوجه به شکل برای  $\overline{BE}$  دو جمع و دو تفریق بنویسید.

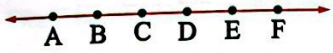
$\overline{BE} = \dots + \dots$  (ب)

$\overline{BE} = \dots + \dots$  (الف)

$\overline{BE} = \dots - \dots$  (ت)

$\overline{BE} = \dots - \dots$  (پ)

۶ پاره‌خط‌های به‌وجود آمده در شکل باهم برابرند. تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$\overline{AC} = \dots \overline{AD}$  (ت)

$\overline{BC} = \dots \overline{BD}$  (الف)

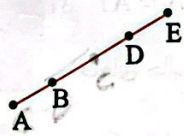
$\overline{AD} = \dots \overline{AF}$  (ث)

$\overline{AD} = \dots \overline{DE}$  (ب)

$\overline{AE} = \dots \overline{AF}$  (ج)

$\overline{AB} = \dots \overline{AC}$  (پ)

۷ اگر  $\overline{AB} = \overline{CD}$  باشد:



الف دو تفریق برای به‌دست آوردن  $\overline{BC}$  بنویسید.

ب به کمک تفریق در قسمت «الف»، پاره‌خطی مساوی  $\overline{AC}$  پیدا کنید.

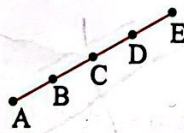
۸

الف با ۱۰ نقطه روی یک خط چند نیم‌خط ایجاد می‌شود؟

ب با ۷ نقطه روی یک خط چند پاره‌خط ایجاد می‌شود؟

پ از برخورد ۵ خط راست حداکثر چند نقطه ایجاد می‌شود؟

۹ اگر نقطه C وسط پاره‌خط‌های  $\overline{AE}$  و  $\overline{BD}$  قرار داشته باشد. حاصل  $\overline{CE} - \overline{BC}$  را بیابید.



۱۰ نقطه M روی پاره‌خط AB قرار دارد و  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{MB}$  است اگر  $\overline{MB} - \overline{AM} = ۱۰$  باشد، با رسم یک شکل مناسب طول  $\overline{AB}$  را محاسبه کنید.