

گزینه ۱

۱

$$90^\circ + 45^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 45^\circ$$

گزینه ۳

۲

گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۴

۳

$$42 + 48 = 90^\circ$$

گزینه ۳

۴

$$180 - 40 = 140$$

$$\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

گزینه ۱

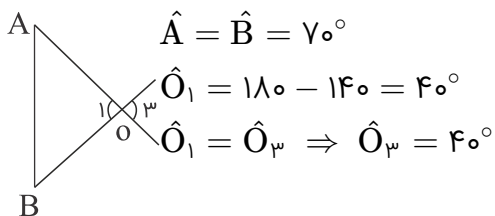
۵

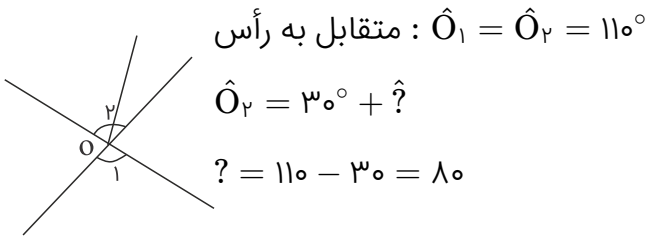
$$\begin{cases} 90 - 20 = 70 & \text{متمم} \\ 180 - 20 = 160 & \text{مکمل} \end{cases} \Rightarrow 160 - 70 = 90^\circ$$

گزینه ۲

۶

باتوجه به متساوی الساقین بودن مثلث OAB داریم:





متقابل به رأس : $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 110^\circ$

$$\hat{O}_2 = 30^\circ + ?$$

$$? = 110 - 30 = 80$$

چون \hat{O}_1 و \hat{O}_3 علاوه بر اینکه متمم یکدیگرند متقابل به رأس نیز هستند، پس $\hat{O}_1 = \hat{O}_3 = 45^\circ$ و $\hat{O}_1 + \hat{O}_3 = 90^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3 = 45^\circ$ چون \hat{O}_2 با هرکدام این زاویه‌ها مکمل است؛ بنابراین:

$$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 135^\circ$$

گزینه ۳ صحیح است.

$\triangle ABC : \overline{AB} = \overline{AC}$ متساوی الساقین است $\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$

$D\hat{C}z = A\hat{C}B = 70^\circ \Rightarrow B\hat{C}z + D\hat{C}z = 180^\circ$ مکمل

$$B\hat{C}z + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow B\hat{C}z = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

Cm نیم‌ساز زاویه $B\hat{C}z$ پس داریم: $55^\circ = \frac{110^\circ}{2}$

طبق تعریف چندضلعی محدب (چندضلعی‌ای که هیچ زاویه بزرگ‌تر از 180° درجه نداشته باشد) فقط شکل d و b در تعریف صدق می‌کند.

باتوجه به شکل در مثلث $\triangle AOB$ داریم:

$$A\hat{O}B : 25^\circ + 90^\circ = 115^\circ \Rightarrow 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ \Rightarrow A\hat{O}B = 65^\circ$$

$$x\hat{O}A : 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ \Rightarrow x\hat{O}y = \frac{115^\circ}{2} = 57.5^\circ$$

گزینه ۱

مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است، پس امکان ندارد زاویه‌ای داخلی در آن از 180° بیشتر باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: برای مقعر بودن چند ضلعی، کافی است یک زاویه داخلی از 180° بیشتر باشد.

گزینه ۳: مکمل مکمل زاویه‌ای برابر خود آن عدد است.

گزینه ۴: $250 = 170 + 80 = 10 \text{ متمم} + 10 \text{ مکمل}$

گزینه ۱

می‌دانیم در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی برابر مجموع دو رأس داخلی غیرمجاور است.

$$\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{A} + \widehat{C} = 75^\circ + 45^\circ = 120^\circ$$

$$\Rightarrow ? = \widehat{DBE} = \frac{\widehat{ABE}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

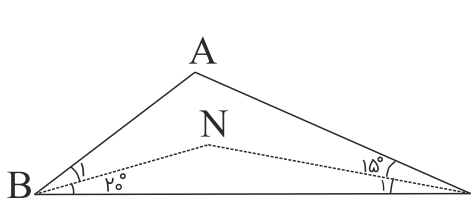
گزینه ۲

در متوازی الاضلاع جمع دو زاویه کنار هم برابر 180° است.

$$\Rightarrow x + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

$$\Rightarrow x \text{ متمم} = 90^\circ - x = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

گزینه ۲



$$\widehat{B} \text{ نیمساز } BN \Rightarrow \widehat{B}_1 = 20^\circ$$

$$\widehat{C} \text{ نیمساز } CN \Rightarrow \widehat{C}_1 = 15^\circ$$

$$\widehat{C} = \widehat{C}_1 + 15 \Rightarrow \widehat{C} = 15 + 15 = 30^\circ$$

$$\widehat{B} = \widehat{B}_1 + 20 \Rightarrow \widehat{B} = 20 + 20 = 40^\circ$$

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180 \Rightarrow \widehat{A} + 30 + 40 = 180 \Rightarrow \widehat{A} = 180 - 70 \Rightarrow \widehat{A} = 110^\circ$$

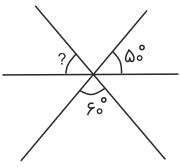
گزینه ۴

در هر Π ضلعی مجموع زاویه‌های خارجی 360° درجه می‌باشد.

گزینه ۴

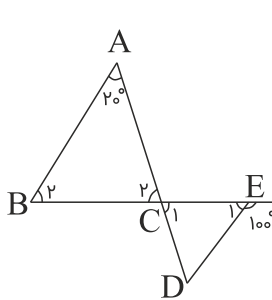
زاویه‌های ؟ متقابل به رأس و برابرند.

$$50 + ? + 60 = 180 \Rightarrow ? = 70^\circ$$



گزینه ۴

۱۹



$$CD = DE \Rightarrow \text{متساوی الساقین } \triangle CDE \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{E}_1$$

$$\hat{E}_1 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\hat{E}_1 = \hat{C}_1 = 80^\circ$$

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 80^\circ \text{ متقابل به رأس}$$

$$\hat{B} = 180 - (\hat{A} + \hat{C}_2) = 180 - (20 + 80) \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

گزینه ۴

۲۰

ابتدا مجموع زاویه‌های ۵ ضلعی منتظم را به دست می‌آوریم:

$$3 \times 180 = 540$$

در چندضلعی منتظم تمامی زاویه‌ها برابر هستند.

$$\text{اندازه هر زاویه} = \frac{540}{5} = 108^\circ$$

گزینه ۳

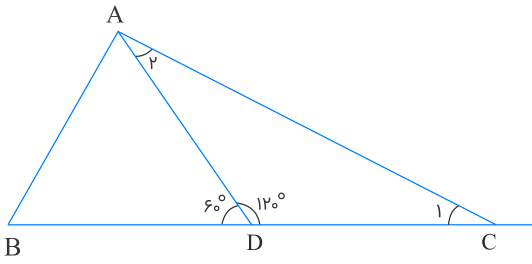
۲۱

$$(n - 2) \times 180^\circ = (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$$

گزینه ۲

۲۲

گزینه ۲ صحیح است.



$$\triangle ABD \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{D}_1 = 60^\circ$$

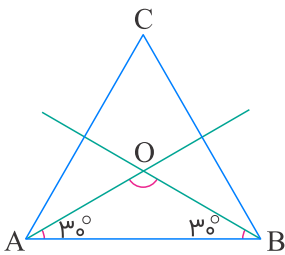
$$\hat{D}_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\overline{AD} = \overline{DC} \Rightarrow \text{متساوی الاضلاع } ADC \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_1$$

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow 60^\circ \div 2 = 30^\circ$$

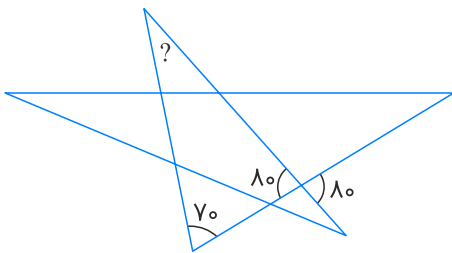
$$\hat{C}_1 = 30^\circ$$

باتوجه به شکل:



$$\Rightarrow \hat{O} = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\Rightarrow ? = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ) = 30^\circ$$



مجموع دو زاویه مکمل $180^\circ =$

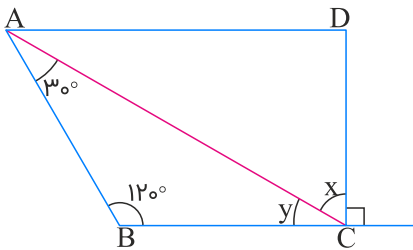
به زاویه بزرگتر سه سهم و به کوچکتر یک سهم می‌رسد؛ پس 180° درجه بین ۴ سهم تقسیم می‌شود.

$$\frac{180^\circ}{4} = 45^\circ \Rightarrow \begin{cases} \text{زاویه کوچک} : 45 \times 1 = 45^\circ \\ \text{زاویه بزرگ} : 45 \times 3 = 135^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

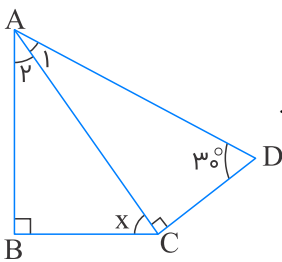
باتوجه به تعریف چندضلعی‌های (۱)، (۴) و (۵) مقعرند و دو مورد (۲) و (۳) مقعر نیستند.

مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است. پس:



$$y = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$$

$$x = 90^\circ - y = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$



$$\triangle ACD \text{ در مثلث } \hat{A}_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$AC \text{ نیمساز } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 60^\circ$$

$$\triangle ABC \text{ در مثلث } x = 90^\circ - \hat{A}_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow x \text{ مکمل} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه "۱": یک مثلث می‌تواند حداکثر یک زاویه منفرجه (باز) داشته باشد.

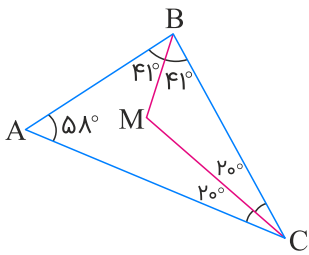
گزینه "۲": مثلث متساوی‌الاضلاع با زاویه‌های ۶۰ درجه، مثال نقض این ادعا است.

گزینه "۳": تنها یک زاویه بیشتر از ۱۸۰ درجه برای مقعر بودن کافی است.

$$\hat{B} = 82^\circ \Rightarrow 82 \div 2 = 41^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 82 + 58 = 140^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180 - 140 = 40^\circ \Rightarrow 40 \div 2 = 20^\circ$$

$$\hat{M} = 180 - (41 + 20) = 180 - 61 = 119^\circ$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{p} - \hat{q} = 60 \\ \hat{p} + \hat{q} = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{p} = 120^\circ, \hat{q} = 60^\circ$$

$$\hat{r} = 90 - 60 = 30^\circ$$

$$\text{مکمل } x, y \Rightarrow x + y = 180^\circ$$

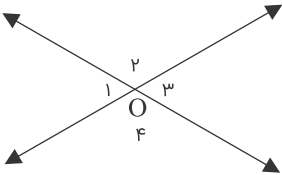
$$y = 5x \Rightarrow x + 5x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\Rightarrow y = 5x = 150^\circ \Rightarrow y - x = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

۳	45°
۴	60°
۵	75°
۱۲	180°

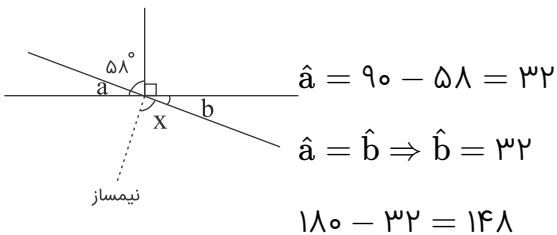
مجموع زاویه‌های داخلی مثلث $\times 15$ مجموع نسبت‌ها

$$\Rightarrow 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ \text{ مکمل زاویه بزرگ‌تر}$$



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \\ \widehat{O}_3 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$$

زاویه a و b متقابل به رأس هستند.



$$\hat{a} = 90 - 58 = 32$$

$$\hat{a} = \hat{b} \Rightarrow \hat{b} = 32$$

$$180 - 32 = 148$$

$$\hat{x} = 148 \div 2 = 74^\circ$$

Oz نیمساز xOy پس داریم:

$$\hat{p} = 90 - 57 = 33^\circ$$

$$\hat{w} = \hat{p} = 33^\circ$$

$$\hat{f} = 90 - 33 = 57^\circ$$

مجموع زاویه‌های ۱ تا ۴ برابر ۱۸۰ درجه است، پس اندازه هرکدام از زاویه‌ها برابر $۱۸۰ \div ۴ = ۴۵^\circ$ می‌باشد.

$$\hat{1} + \hat{2} = 90^\circ$$

$$\hat{2} + \hat{3} = 90^\circ$$

$$\hat{3} + \hat{4} = 90^\circ$$

$$D\hat{O}C = 180 - (45 + 90) = 45^\circ$$

$$B\hat{O}A = D\hat{O}C = 45^\circ \text{ : متقابل به رأس}$$

$$\hat{A} = 180 - (115 + 45) = 180 - 160 = 20^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} 2 \times (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}) = 270^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 135^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \text{ مکمل} = 180 - 135 = 45^\circ$$

به چندضلعی‌ای که دست‌کم یک زاویه بزرگ‌تر از ۱۸۰ درجه داشته باشد، مقعر (کاو) می‌گویند.

دو زاویه ۱ و ۳ نسبت به هم متقابل به رأس هستند.

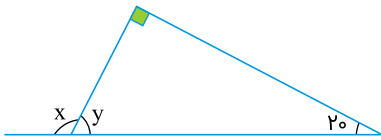
چند ضلعی‌هایی که هیچ زاویه بزرگ‌تر از ۱۸۰ درجه ندارند، محدب نامیده می‌شوند. بنابراین دو شکل محدب است.

$$\begin{cases} AO = BO \\ \hat{A} = 65^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{مثلث متساوی‌الساقین}} \hat{B}_1 = 65^\circ$$

$$\hat{B}_1, \hat{B}_2 \text{ متقابل به رأس} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 65^\circ$$

گزینه ۱

۴۵

ابتدا زاویه y را حساب می‌کنیم:

$$y = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$x = 180^\circ - y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

گزینه ۱

۴۶

برای مقربودن یک چندضلعی وجود یک زاویه بیشتر از 180° درجه کافی است.

گزینه ۳

۴۷

برای مثال، زاویه 60° را در نظر بگیرید:

$$60^\circ \text{ متمم} = 30^\circ \Rightarrow 30^\circ \text{ مکمل} = 150^\circ$$

$$\Rightarrow 150^\circ = 60^\circ$$

گزینه ۲

۴۸

باتوجه به تعریف چندضلعی مقعر، موارد ۲، ۳ و ۶ مقعردند، مجموعاً ۳ مورد.

گزینه ۲

۴۹

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} + 2\hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{x} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

گزینه ۴

۵۰

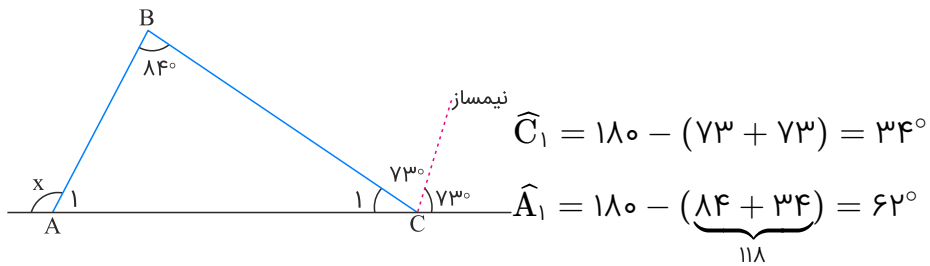
باتوجه به شکل:

$$\hat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{x} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\hat{y} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\hat{x} + \hat{y} = 30^\circ + 150^\circ = 180^\circ$$



$$\widehat{x} = 180 - 62 = 118^\circ$$

کوچکترین زاویه ۲۰ درجه و مکمل زاویه ۲۰ درجه زاویه ۱۶۰ درجه است.

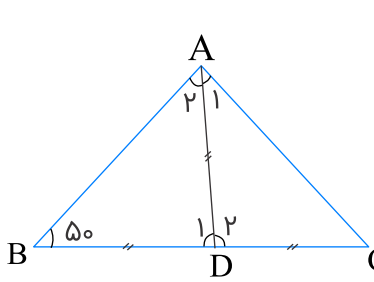
۱	۲۰°
۲	۴۰°
۶	۱۲۰°
۹	۱۸۰°

$$\widehat{B} \text{ مکمل} : 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\widehat{A} \text{ متمم} : \frac{2}{5} \times 80^\circ = 32^\circ \Rightarrow \widehat{A} \text{ اندازه زاویه} : 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

$\triangle ABD \Rightarrow AD = BD$ متساوی الساقین

$$\hat{B} = \hat{A}_2 = 50^\circ$$



$$\hat{D}_1 = 180 - (50 + 50) = 80^\circ$$

$$\hat{D}_2 = 180 - 80 = 100^\circ$$

$\triangle ADC \Rightarrow AD = DC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$ متساوی الساقین

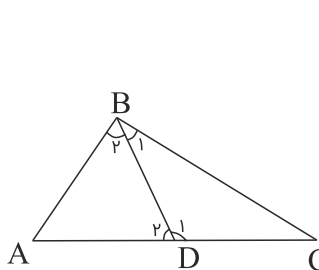
$$180 - \hat{D}_2 = 180 - 100 = 80$$

$$80 = (\hat{A}_1 + \hat{C}) \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{C}} \frac{80}{2} = 40 = \hat{A}_1 = \hat{C}$$

$$x \text{ متمم زاویه } = 90 - x$$

$$x \text{ مکمل زاویه } = 180 - x$$

$$\text{غیرممکن} \quad 90 = 70 \Rightarrow 180 - x - 90 + x = 70 \Rightarrow 90 = 70$$



$$\left\{ \begin{array}{l} BD \text{ میانہ} \Rightarrow AD = DC \\ \text{طبق فرض} \Rightarrow BD = DC \end{array} \right. \Rightarrow AD = BD \quad (1)$$

$\triangle BDC$ متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{C}$

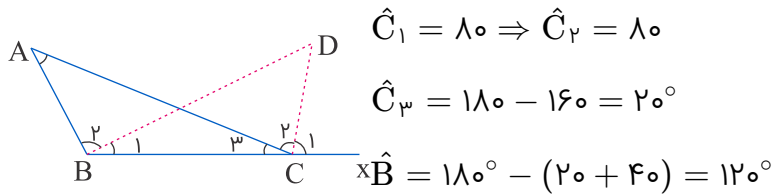
$$\triangle BDC \Rightarrow \hat{B}_1 = 10^\circ = \hat{C}, \hat{D}_1 = 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}) = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$$

$$\hat{D}_2 = 180 - 160 = 20$$

طبق رابطه (۱) مثلث $\triangle ABC$ متساوی الساقین است، در نتیجه:

$$AD = BD \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{A}, \hat{D}_2 = 20$$

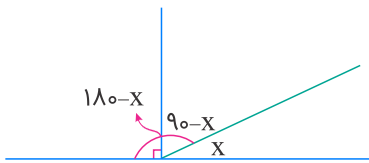
$$\hat{A} + \hat{B}_2 = 160^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_2 = 80^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B}_1 = 80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$$



$$\hat{B}_1 = 60^\circ$$

$$\triangle BDC \Rightarrow \hat{B}_1 = 60^\circ, \hat{C}_2 + \hat{C}_3 = 100^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

زاویه مورد نظر را x می‌گیریم، به کمک معادله داریم:



$x \rightarrow$ خود زاویه

مکمل $\rightarrow 180 - x$

متمم $\rightarrow 90 - x$

$$\Rightarrow 180 - x = 4(90 - x) \Rightarrow 180 - x = 360 - 4x \Rightarrow 3x = 180 \Rightarrow x = 60^\circ$$

اگر زاویه را x بگیریم، داریم:

$$x \text{ متمم} = 90 - x$$

$$x \text{ مکمل متمم} = 180 - (90 - x) = 180 - 90 + x = 90 + x$$

$$x \text{ اختلاف مکمل متمم با } x = 90 + x - x = 90$$

با مشخص کردن زاویه‌های نامعلوم جواب مشخص خواهد شد:

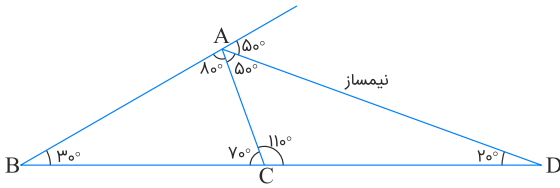
چون AD نیمساز است پس اندازه هر یک از زوایای تشکیل شده برابر است

$$\frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$$

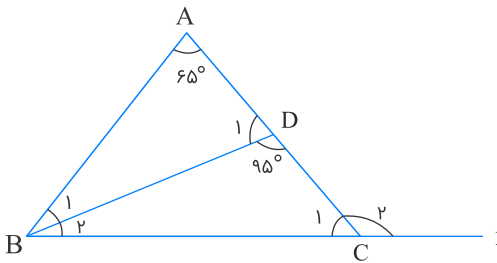
با مشخص شدن اندازه زاویه CAD و معلوم بودن زاویه D می‌توانیم اندازه

زاویه ACD را به دست آوریم.

بنابراین $\widehat{ACB} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ در نتیجه:



$$\Rightarrow x = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ$$



$$\widehat{ABD} : \widehat{B}_1 = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{D}_1)$$

$$\widehat{D}_1 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$\widehat{B}_1 \xrightarrow{\widehat{ABD}} 180^\circ - (85^\circ + 65^\circ) = 30^\circ$$

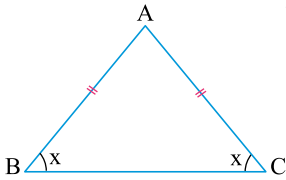
$$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \Rightarrow \widehat{B}_2 = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{راه اول} \xrightarrow{\text{در مثلث } ABC} \widehat{C}_1 &= 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) \\ &= 180^\circ - \underbrace{(65^\circ + 60^\circ)}_{125} = 55^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x \widehat{CA} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{راه دوم} \xrightarrow{\text{در مثلث } BCD} \widehat{C}_1 &= 180^\circ - (\widehat{D} + \widehat{B}_2) \\ &= 180^\circ - \underbrace{(95^\circ + 30^\circ)}_{125} = 55^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x \widehat{CA} = 125^\circ$$



$$\hat{B} = \hat{C} = x$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (x + x) = 180^\circ - 2x$$

در متوازی‌الاضلاع، دو زاویه مجاور مکمل یکدیگرند:

$$15x + 14 + 2x - 4 = 180 \Rightarrow 17x + 10 = 180$$

$$\Rightarrow 17x = 180 - 10 = 170 \Rightarrow x = \frac{170}{17} = 10$$

$$4x + x + 3y + 2y = 180^\circ \Rightarrow 5x + 5y = 180^\circ \Rightarrow 5(x + y) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{180}{5} \Rightarrow x + y = 36^\circ$$

$$\hat{HAC} = 180 - (90 + 60) = 30^\circ$$

$$\hat{DAH} = \underbrace{\hat{DAC}}_{\substack{\text{AD نیمساز} \\ \text{زاویه A}}} - \hat{HAC} = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$\frac{z\hat{O}x}{x\hat{O}m} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{z\hat{O}x}{69^\circ} = \frac{1}{3} \Rightarrow z\hat{O}x = \frac{69}{3} = 23^\circ$$

$$z\hat{O}y = 90^\circ - 23^\circ = 67^\circ$$