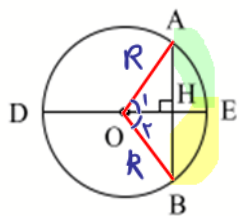


۱ - قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.



$(\hat{e}^2) \circ A = \circ B$
 $\circ H = \circ H$

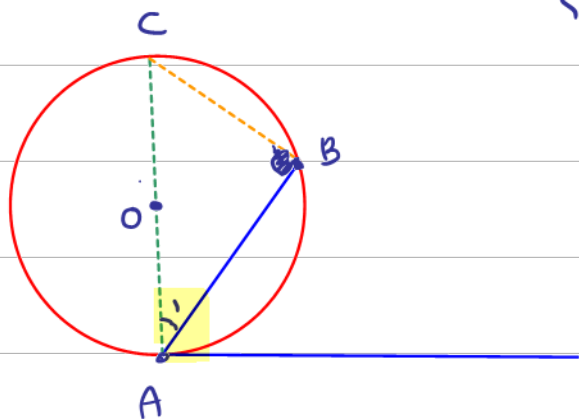
وضوح $\circ \hat{A}H \simeq \circ \hat{B}H \rightarrow$

$\left\{ \begin{array}{l} AH = HB \\ \hat{\sigma}_l = \hat{\sigma}_r \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \overline{AE} = \overline{EB} \end{array} \right.$

(زائیدہ برتری)

$$\hat{A} = \frac{\overline{AB}}{5}$$

۲ - اندازه هر زاویه ظلی برابر است با **بسیار** اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه.



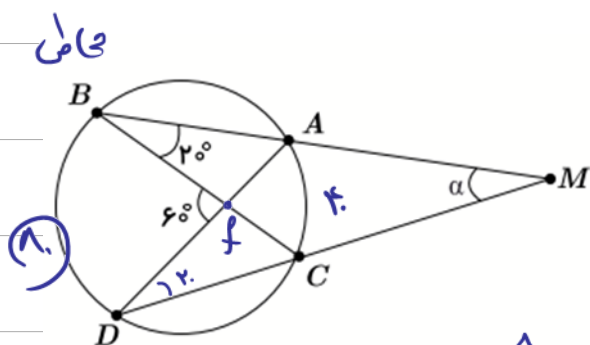
اثبات :
 قطر نندازه از A را رسم می کنیم ؛ و از B به C وصل می کنیم ؛

$$\hat{B} = \frac{\hat{A}^c}{r} = \frac{11}{r} = 9^\circ, \quad \hat{A}_1 + \hat{C} = 9^\circ \quad (1)$$

از سطح درختی تا سطح برگها همان بود است.

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 \quad (2)$$

$$A_1 + A = 90^\circ \rightarrow \hat{A} = \hat{C} = \frac{AB}{r}$$



۳- در شکل مقابل اندازه زاویه α چند درجه است؟

$$\hat{f} = \frac{\widehat{Bn} + \widehat{Ac}}{r} \rightarrow y_0 = \frac{\widehat{Bn} + f.}{r} \rightarrow$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{r} = \frac{1. - 2.}{5} = \frac{1.}{5}$$

۴ - درستی یا نادرستی جملات زیر را معلوم کنید.

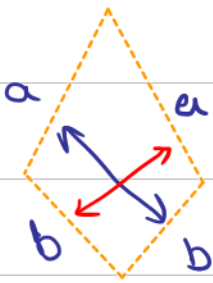
الف

کایت (شبه لوزی)، یک چهارضلعی محیطی است. ✓

ب

نتیجه دو بازتاب متوالی با محورهای بازتاب موازی، یک تبدیل انتقال است. ✓

$$a+b=a+b$$



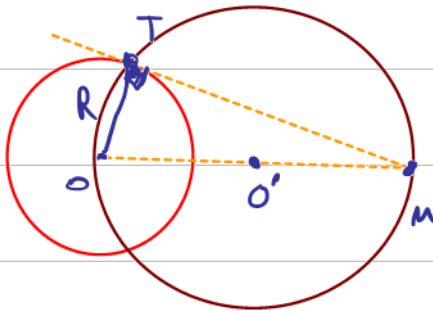
$$d > 2 + 3 \rightarrow 1 > 8$$

۵ - درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف: دو دایره $C(O, 5)$ و $C'(O', 3)$ و $OO' = 10$ متخارج هستند. ✓

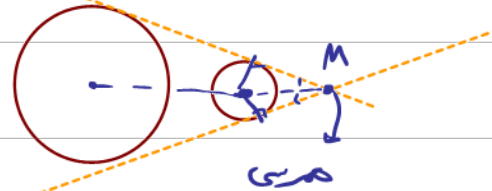
ب: از نقطه M خارج دایره $C(O, R)$ مماس MT را در نقطه T بر دایره رسم کرده‌ایم. دایره‌ای به قطر OM از T عبور می‌کند. ✓

ج: دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با فرض $d = OO'$ به هم مماس درون هستند. هرگاه: $d = R - R'$ ✓

(د) هرگاه دو مماس مشترک خارجی دو دایره متقاطع باشند نقطه تقاطع روی خط شامل OO' خواهد بود. ✓



$$d = |R - R'| \text{ خط } (ج)$$



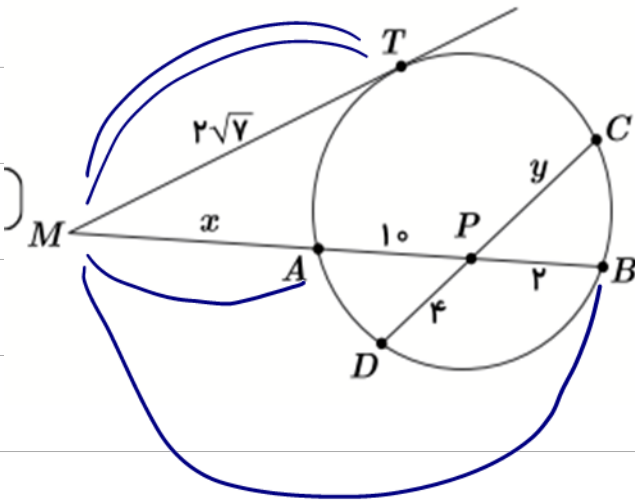
۶ - در شکل زیر مقادیر x و y را محاسبه کنید. (MT مماس بر دایره است).

$$PC \cdot PD = AP \cdot PB$$

$$y \times 4 = 1 \times 2 \rightarrow y = 0.5$$

$$MT^2 = MA \cdot MB$$

$$(2\sqrt{7})^2 = x(x + 12)$$



$$\rightarrow x^2 + 12x = 28 \rightarrow x^2 + 12x - 28 = 0$$

$$(x + 14)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \checkmark \\ x = -14 \times \end{cases}$$

۷ - فاصله مرکزهای دو دایره ۳۱ سانتی‌متر و شعاع دایره کوچک‌تر ۴ سانتی‌متر و شعاع دایره بزرگ‌تر ۵ سانتی‌متر است. طول مماس مشترک داخلی دو دایره چند سانتی‌متر است؟

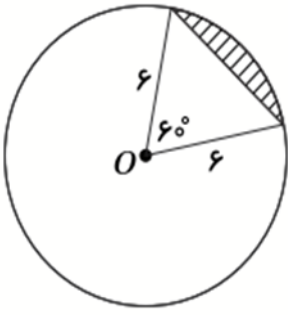
$$d = 31$$

$$SS' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{31^2 - 9^2} = 28$$

۸ - طول خط المکزین در دو دایره متقاطع به شعاع‌های ۳ و ۳ سانتی‌متر برابر ۶ سانتی‌متر است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{4^2 - (1)^2} = \sqrt{15}$$

۹ - در شکل زیر دایره به شعاع ۶ است. مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید.



$$S_{\text{مک}} = S_{\text{قطاع}} = S$$

$$\frac{40}{360} \pi R^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 40^\circ$$

$$\frac{1}{4} \times \pi \times 36 = \frac{1}{2} \times 36 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\pi - 9\sqrt{3}$$

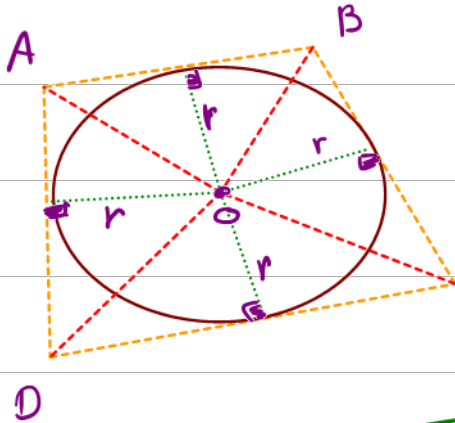
الف) مرکز دایره محاطی درونی برای چندضلعی‌های محیطی، محل هم‌رسی سینا است.

ب) تبدیلی که هر نقطه از صفحه را به همان نقطه از صفحه نظیر می‌کند، تبدیلی متناهی است.

پ) تنها تبدیلی طولیایی که همواره شیب را حفظ می‌کند، تبدیلی انتالی است.

۱۱ - اگر r_a ، r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۳ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ برابر $\frac{1}{\varepsilon}$ است.

۱۲ - اگر S و p به ترتیب مساحت و نصف محیط متناهی دلخواه باشند و r شعاع دایره محاطی درونی متناهی باشد، در حالت کلی ثابت کنید: $r = \frac{S}{p}$



$$S_{ABCD} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OCD} + S_{ODA}$$

$$S = \frac{1}{2} r \times AB + \frac{1}{2} r \times BC + \frac{1}{2} r \times CD + \frac{1}{2} r \times AD$$

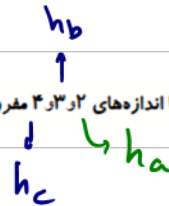
$$S = \frac{1}{2} r (AB + BC + CD + AD)$$

خط p

$$S = \frac{1}{2} r \times p = rp \rightarrow \boxed{r = \frac{S}{p}}$$

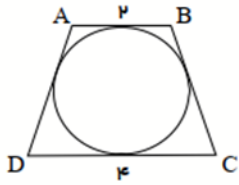
$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

۱۳ - در مثلثی ارتفاع‌های وارد بر سه ضلع با اندازه‌های ۳، ۴ و ۵ مفروض‌اند، شعاع دایره محاطی داخلی مثلث را بیابید.



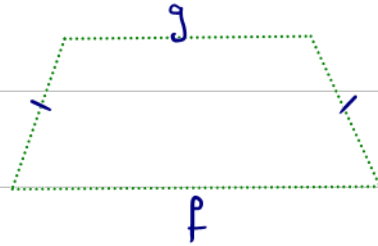
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{4+3+2}{12} = \frac{1}{r} \rightarrow \frac{9}{12} = \frac{1}{r} \rightarrow r = \frac{12}{9}$$

۱۴ - در شکل مقابل دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ بر دایره محیط شده است، مساحت آن چند است؟



$$S = \frac{4+6}{2} \times \sqrt{2 \times 4} = 3 \times 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

هم میانی ها
معمولی ← جمع دوزنق مقابل برابر



$$S = \frac{f+g}{2} \times \sqrt{fg}$$

می رانیم:

۱۵ - درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

الف

تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می کند. ✓

ب

تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی شمار نقطه ثابت دارد. ✓

۱۶ - در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید.

الف

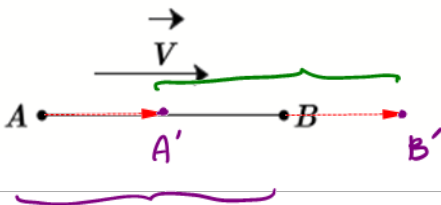
شیب خط ... استانی ... همواره حفظ می شود. (انتقال، دوران)

ب

دورانی به مرکز O و زاویه ... ۳۶۰ ... تبدیلی همانی است. (۳۶۰°، ۱۸۰°)

۱۷ - با توجه به شکل زیر نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

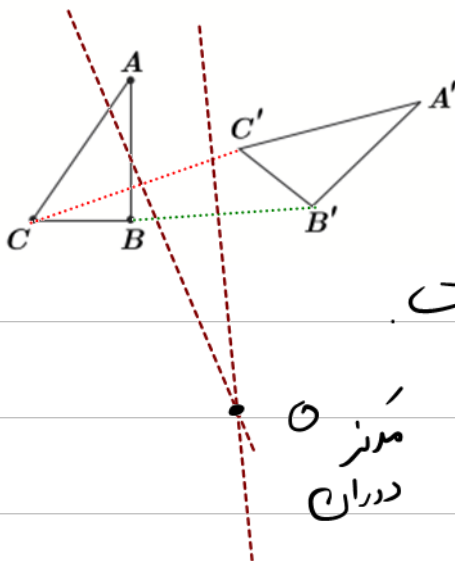
($AB \parallel \vec{V}$ و اندازه $\vec{V}$ از اندازه پاره خط AB کوچک تر است.)



$$\begin{aligned} AB &= AA' + A'B \\ A'B &= A'B' + B'B \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \vec{AA'} = \vec{V} \\ \vec{BB'} = \vec{V} \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{AB = A'B'}$$

۱۸ -

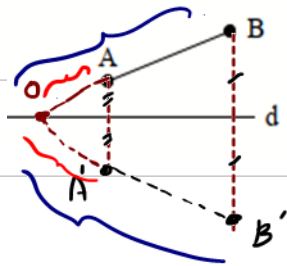
نقاط A' ، B' و C' به ترتیب دوران یافته نقاط A ، B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید.



هر نقطه را به تصویرش وصل می کنیم و با رسم عمود منصف های
 AA' و BB' محل برخورد آنها، مرکز دوران پیدا می آید.

چون O روی عمود منصف است و از دو مرکز به نقطه A و A' است.

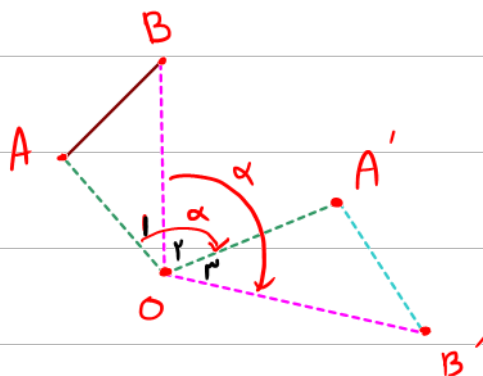
مرکز
دوران



$$\begin{aligned} BB' \text{ روی عمود منصف } &\rightarrow OB = OB' \\ AA' \text{ روی عمود منصف } &\rightarrow OA = OA' \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} OB - OA &= OB' - OA' \\ AB &= A'B' \end{aligned}$$

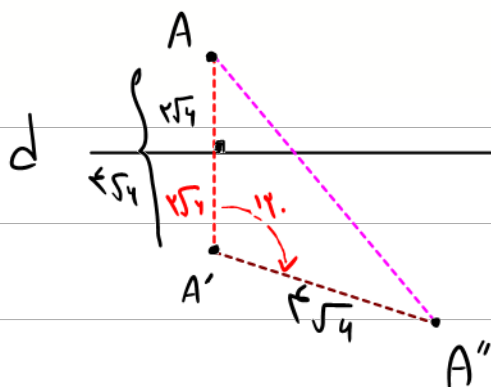
۲۰ - ثابت کنید دوران تبدیلی طولی است. (اثبات را در حالتی بیان کنید که مرکز دوران O بر پاره خط AB و امتداد آن واقع نباشد و زاویه دوران، از زاویه $\widehat{AOB}$ بیشتر باشد).



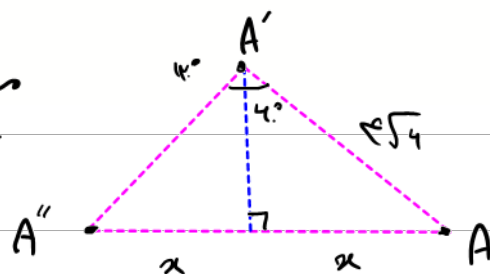
$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 2 &= \alpha \\ \angle 2 + \angle 3 &= \alpha \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \angle 1 &= \angle 3 \\ OA &= OA' \\ OB &= OB' \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه}} \triangle OAB \cong \triangle OA'B' \rightarrow AB = A'B'$$

۲۱ - نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطه A' می‌نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می‌دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.



مثلث قائم‌الزاویه



$$\sin 40^\circ = \frac{x}{4\sqrt{6}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{4\sqrt{6}} \rightarrow x = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{2}$$

$$AA'' = 2x = 2(4\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}$$

