

تکلیف نظریه اعداد (۱)

- ۱- اگر  $a \mid 5m-3$  و  $a \mid 2m+1$  برای  $a$  چند مقدار طبیعی وجود دارد؟
- ۲- منحنی  $y = \frac{14}{2x+3}$  از چند نقطه با مختصات صحیح می‌گذرد؟
- ۳- منحنی  $x^2 - 3xy - 2y + 1 = 0$  از چند نقطه با طول و عرض صحیح می‌گذرد؟
- ۴- به ازای چند مقدار صحیح  $n$  عبارت  $n^3 - 3$  بر  $n - 3$  بخش پذیر است؟
- ۵- اگر  $5a+1 \mid 7a-2$  در این صورت  $a$  چند مقدار صحیح دارد؟
- ۶- اگر  $a \mid 5n^2 - 2n + 1$  و  $a \mid n - 3$  برای  $a$  چند مقدار طبیعی وجود دارد؟
- ۷- اگر  $n^2 + 1 \mid 2n + 2$  برای  $n$  چند مقدار صحیح وجود دارد؟
- ۸- ب ۲۲ دو عدد  $n+3$  و  $n^2 - 4n + 1$  چند مقدار مختلف می‌توانند داشته باشند؟
- ۹- ب ۲۲ دو عدد  $(2a-3)$  و  $(5a+1)$  چه مقادیری می‌توانند باشند؟
- ۱۰- ب ۲۲ دو عدد  $18a+2$  و  $18a+16$  چه مقادیری می‌توانند باشند؟
- ۱۱- ب ۲۲ دو عدد  $10a+3$  و  $4a-1$  چه مقادیری می‌توانند باشند؟
- ۱۲- کوچکترین عددی که باید در عدد  $2^8 \times 3^{11} \times 7^9 \times 11^6 \times 13^2$  ضرب شود تا تبدیل به مربع کامل شود چیست؟
- ۱۳- اگر  $112 \mid b^3$  و  $135 \mid a^2$  کمترین مقدار  $a+b$  چیست؟
- ۱۴- اگر  $48 \mid a^3$  و  $275 \mid b^2$  کمترین مقدار  $a+b$  چیست؟
- ۱۵- اگر  $5n-3 \mid n^2+1$  برای  $n$  چند مقدار صحیح وجود دارد؟
- ۱۶- اگر  $2n^3 + 5n^2 - 3n \mid 0$  چند مقدار صحیح برای  $n$  وجود دارد؟
- ۱۷- عدد  $a^2 + 1$  بر عدد  $a^3 + 1$  بخش پذیر است.  $\beta$  چه مقادیری می‌توانند داشته باشند؟
- ۱۸- اگر  $23 \mid 2^n + 1$  برای  $n$  چند مقدار کوچکتر از ۴۰ وجود دارد؟
- ۱۹- اگر  $82 \mid 3^n + 1$  برای  $n$  چند مقدار کوچکتر از ۵۰ وجود دارد؟

۲۰ - از تساوی  $xyz = ts^2$  و رابطه عا<sup>د</sup> کردن بنویسید.

۲۱ - چند عدد اول به صورت  $p$  وجود دارد که  $4p+1$  مربع کامل باشد.

۲۲ - " " " "  $12p+1$  " " " " " " " " " " " "

۲۳ - " " " "  $148p+1$  " " " " " " " " " " " "

۲۴ - عدد  $\frac{200!}{20!}$  چند صفر در سمت راست خود دارد؟

۲۵ - اگر  $(-5a, -5b) + (a^3, b^3) = (42, 42)$  حاصل  $(a, -b)$  چیست؟

۲۶ - عدد  $36000$  چند مقوم علیه مثبت دارد؟

۲۷ - اگر  $40 | n$  و  $1120 | n$  در این صورت تعداد اعداد طبیعی  $n$  چیست؟

۲۸ - حاصل عبارت  $i$  می زیر را بدست آورید.

- |               |                        |                      |
|---------------|------------------------|----------------------|
| $(-91, 21)$   | $(145, 99)$            | $([a, 1], (a, 0))$   |
| $[-24, 48]$   | $[(a, a^n), (a, a^n)]$ | $[(a^2, a), (a, b)]$ |
| $[a, (a, b)]$ | $[(a, b), (a, b)]$     |                      |
| $[2^n, 3^n]$  | $[12, 18]$             |                      |

۲۹ - اگر  $(a, b) = 1$  ب  $m$  دو عدد به صورت  $a+b$  و  $a-b$  چه مقوم دیگری می تواند داشته باشد؟

۳۰ - نادرستی گزاره  $i$  می زیر را با مثال نقض ثابت کنید.

الف) اگر  $a + \beta$  گ<sup>ن</sup>د باشد  $a - \beta$  نیز گ<sup>ن</sup>د است  
 ب) اگر  $\alpha, \beta$  دو عدد گ<sup>ن</sup>د نامساوی باشند  $\frac{\alpha + \beta}{2\alpha\beta}$  گ<sup>ن</sup>د است  
 پ) اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی باشند و  $ab = 0$  آن گاه  $a = 0$  یا  $b = 0$

ت) اگر  $ANB = ANC$  آن گاه  $B = C$

۳۱ - اگر  $x, y$  دو عدد حقیقی مثبت باشند ثابت کنید  $(x+y)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \geq 4$

۳۲ - اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی باشند ثابت کنید  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$